

Thema: Bewegung von Elektronen in Feldern

Aufgabe 1

Der Leuchtschirm einer Elektronenstrahlröhre ist 12 cm breit und 5 cm hoch. Er befindet sich zwischen den waagrecht angeordneten Platten eines Ablenkkondensators, an dem eine variable Spannung U_K angelegt wird. Die Elektronen werden mit der Anodenspannung $U_A = 5\text{ kV}$ beschleunigt und treten im Punkt $P_0(0/0)$ des Schirms ins Kondensatorfeld ein. Die Spannung U_K wird so eingestellt, dass die Elektronen im Punkt $P_E(12\text{ cm}/2, 5\text{ cm})$ das Feld bzw. den Schirm verlassen.

1.1 Skizziere und erläutere eine Vorrichtung zur Erzeugung eines gut gebündelten Elektronenstrahls!

1.2 Die Elektronen treten in das Kondensatorfeld mit der Geschwindigkeit $v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_A}$ ein.

Leite diese Formel begründet her und bestimme die Elektronengeschwindigkeit!

(e : Elementarladung; m : Masse des Elektrons)

1.3 Der auf der Leuchtschicht des Schirms sichtbare Verlauf der Elektronenbahn geht durch die in **Tab.1** erfassten Punkte (Materialseite). Zeige mit Hilfe des GTR, dass y proportional zu x^2 ist, und bestimme die Proportionalitätskonstante k !

1.4 Die Gleichung der Bahnkurve lautet $y = \frac{U_K}{4 \cdot d \cdot U_A} \cdot x^2$. Bestimme mit Hilfe von 1.3 die Kondensatorspannung U_K !

Aufgabe 2

α -Strahlung eines radioaktiven Präparats ($Q = 2e$, $m_\alpha = 6,6447 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$) durchläuft nacheinander ein elektrisches und ein magnetisches Feld (Materialseite, **Abb.1**).

2.1 Beschreibe und erläutere die Bahn, auf der sich ein α -Teilchen in den beiden Feldern bewegt!

2.2 Das Ende der Bahnkurve liegt in der Entfernung $d = \frac{m_\alpha \cdot v}{e \cdot B}$ oberhalb des Eintrittspunktes in das

Magnetfeld! Leite diese Gleichung begründet her!

2.3 Berechne die Flussdichte B des Magnetfeldes, wenn $U_A = 1\text{ kV}$ und $d = 20\text{ cm}$ betragen!

Aufgabe 3

Eine Hallsonde mit Elektronenleitung hat eine quadratische Grundfläche mit der Seitenlänge $a = 25\text{ mm}$ und eine Dicke von $d = 18\text{ }\mu\text{ m}$. Die quadratische Grundfläche wird senkrecht von einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte $B = 0,2\text{ T}$ durchsetzt. Bei einem Strom der Stärke $I = 15\text{ A}$ wird eine Hallspannung von $U_H = 8,8\text{ }\mu\text{ V}$ gemessen.

3.1 Erkläre anhand einer anzufertigen Skizze die Entstehung der Hallspannung!

3.2 Für die Ladungsträgerdichte im Material der Hallsonde gilt: $n = \frac{B \cdot I}{U_H \cdot e \cdot d}$. Leite diese Formel be-

gründet her und berechne n !

3.3 Diskutiere die zu erwartende Veränderung der Hallspannung in dem benutzten Plättchen, wenn

a) statt der Elektronen positive Ladungsträger der Ladung q

b) sowohl Elektronen als auch positive Ladungsträger der Ladung q gleichermaßen beweglich wären!

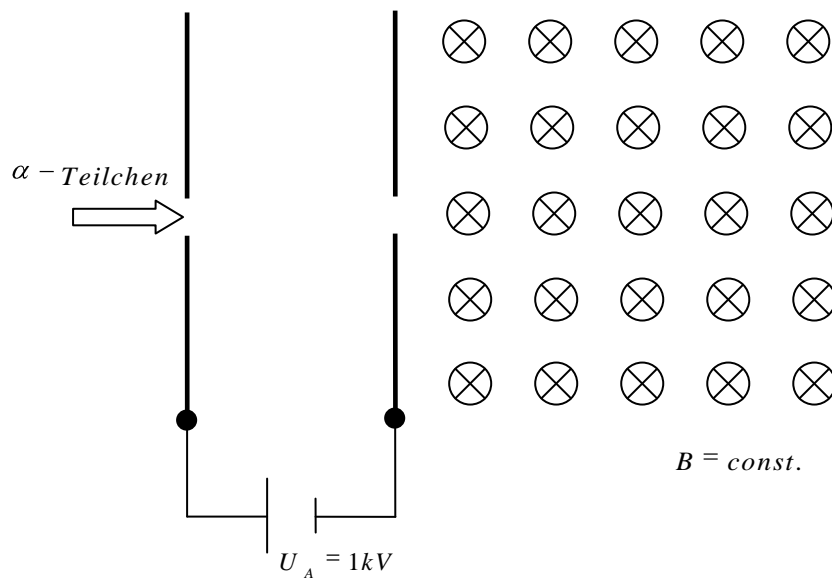
Material zur Aufgabe 1

Tab.1

x / cm	0	6	7	8	9	10	11	12
y / cm	0	0,6	0,9	1,1	1,4	1,7	2,1	2,5

Material zur Aufgabe 2

Abb.1

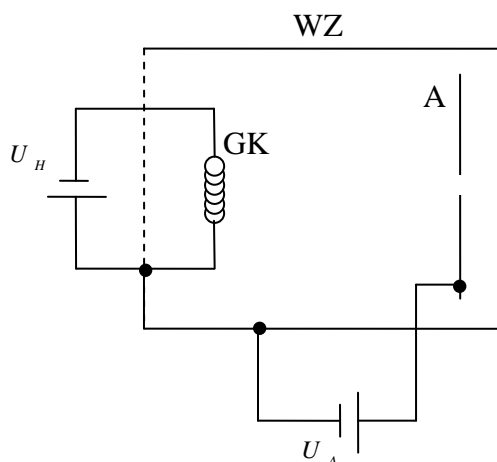


Lösungen

Aufgabe 1

Der Leuchtschirm einer Elektronenstrahlröhre ist 12 cm breit und 5 cm hoch. Er befindet sich zwischen den waagrecht angeordneten Platten eines Ablenkcondensators, an dem eine variable Spannung U_K angelegt wird. Die Elektronen werden mit der Anodenspannung $U_A = 5\text{ kV}$ beschleunigt und treten im Punkt $P_0(0/0)$ des Schirms ins Kondensatorfeld ein. Die Spannung U_K wird so eingestellt, dass die Elektronen im Punkt $P_E(12\text{ cm} / 2,5\text{ cm})$ das Feld bzw. den Schirm verlassen.

1.1 **Skizziere** und **erläutere** eine Vorrichtung zur Erzeugung eines gut gebündelten Elektronenstrahls!



An der Glühkatode (GK) liegt die Heizspannung (U_H). Glühkatode und Wehneltzylinder sind miteinander leitend verbunden. Der Wehneltzylinder umschließt sowohl die Glühkatode als auch die Lochanode A, die sich senkrecht zur Achse des Zylinders vor der Katode befindet. Das Loch in der Anode befindet sich auf der Zylinderachse. Zwischen Anode und Katode liegt die Beschleunigungsspannung U_A . Aus der Glühkatode treten auf Grund des glühelektrischen Effekts Elektronen aus, die zunächst eine diffuse Wolke um den Glühdraht herum bilden. In dem Beschleunigungsfeld zwischen Glühkatode und Anode werden die Elektronen in Richtung Anode beschleunigt und zusätzlich durch das radialsymmetrische Feld des umschließenden Wehneltzylinders auf seine Achse gedrängt. Die Elektronen, die sich in Achsnähe befinden, passieren auf Grund ihrer Trägheit das Anodenloch und verlassen als gut gebündelter Strahl die Anode.

1.2 Die Elektronen treten in das Kondensatorfeld mit der Geschwindigkeit $v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_A}$ ein. **Leite** diese Formel

begründet her und **bestimme** die Elektronengeschwindigkeit!
(e : Elementarladung; m : Masse des Elektrons)

Im elektrischen Feld wird an den Elektronen Beschleunigungsarbeit $W_B = e \cdot U_A$ verrichtet. Diese Energie besitzen die Elektronen im Anodenloch als kinetische Energie $W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. Gleichsetzen und Auflösen nach

v liefert $e \cdot U_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_A}$. Für die Geschwindigkeit folgt aus den gegebenen Daten:

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot 5000\text{V}} \approx 41938290,04 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 14\% \cdot c$$

1.3 Der auf der Leuchtschicht des Schirms sichtbare Verlauf der Elektronenbahn geht durch die in Tab.1 erfassten Punkte (Materialseite). **Zeige** mit Hilfe des GTR, dass y proportional zu x^2 ist, und **bestimme** die Proportionalitätskonstante **k** !

L1: x in m ; L2: x^2 in m^2 ; L3: y in m . Plot1: x-List: L2; y-List: L3. LinReg L2, L3, y1.

$$y = \underbrace{1,7285}_{k/m} \cdot x^2 + \underbrace{1,9164 \cdot 10^{-5}}_{\text{Nullpunktfehler}} \cdot m. \text{ Gleichung der Bahnkurve: } y = \underbrace{1,7285}_{k/m^{-1}} \cdot x^2. k \text{ hat die Einheit } \frac{1}{m}.$$

1.4 Die Gleichung der Bahnkurve lautet $y = \frac{U_K}{4 \cdot d \cdot U_A} \cdot x^2$. **Bestimme** mit Hilfe von 1.3 die Kondensatorspannung

U_K !

$$k = \frac{U_K}{4 \cdot d \cdot U_A} = \frac{U_K}{4 \cdot 0,05m \cdot 5000V} = 1,7285 \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow U_K = 1,7285 \cdot \frac{1}{m} \cdot 4 \cdot 0,05m \cdot 5000V \approx 1728,5V .$$

Aufgabe 2

α -Strahlung eines radioaktiven Präparats ($Q = 2e$, $m_\alpha = 6,6447 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) durchläuft nacheinander ein elektrisches und ein magnetisches Feld (Materialseite, Abb.1).

1.5 **Beschreibe** und **erläutere** die Bahn, auf der sich ein α -Teilchen in den beiden Feldern bewegt!

Im elektrischen Feld wird das α -Teilchen von links nach rechts beschleunigt und fliegt gleichförmig beschleunigt geradeaus ins Katodenloch (rechte Elektrode, angeschlossen an den Minuspol). Passiert das Teilchen das Katodenloch, tritt es in das Magnetfeld mit der Flussdichte B ein, und es wirkt die Lorentzkraft. Mit der Drei-Finger-Regel der rechten Hand (Daumen in Stromrichtung nach rechts, Zeigefinger in Magnetfeldrichtung in die Zeichenebene hinein, Mittelfinger in Richtung der Lorentzkraft nach oben) ergibt sich eine Ablenkung nach oben. Da die Lorentzkraft immer senkrecht auf der Geschwindigkeit steht, beschreibt das Teilchen eine halbkreisförmige Bahn, bis es auf die Rückseite der Katode aufschlägt.

1.6 Das Ende der Bahnkurve liegt in der Entfernung $d = \frac{m_\alpha \cdot v}{e \cdot B}$ oberhalb des Eintrittspunktes in das Magnetfeld!

Leite diese Gleichung **begründet her!**

Im Magnetfeld wirkt die Lorentzkraft $F_L = 2 \cdot e \cdot v \cdot B$ und wirkt als Zentralkraft, die das Teilchen auf eine

Kreisbahn beschleunigt: $F_Z = \frac{m_\alpha \cdot v^2}{r}$. Setzt man die Terme gleich und löst nach r auf, so ergibt sich:

$$2 \cdot e \cdot v \cdot B = \frac{m_\alpha \cdot v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{m_\alpha \cdot v}{2 \cdot e \cdot B} . \text{ Da ein Halbkreis mit dem Durchmesser } d = 2 \cdot r \text{ beschrieben wird, er}$$

$$\text{gibt sich als Abstand } d = \frac{m_\alpha \cdot v}{e \cdot B} .$$

1.7 **Berechne** die Flussdichte B des Magnetfeldes, wenn $U_A = 1kV$ und $d = 20cm$ betragen!

$$0,2m = \frac{m_\alpha \cdot v}{e \cdot B} \Rightarrow B = \frac{m_\alpha \cdot v}{e \cdot 0,2m} . \quad \text{Für } v \text{ gilt: } v = \sqrt{2 \cdot \frac{2 \cdot e}{m_\alpha} \cdot U_A} \text{ (s.o.).} \quad \text{Also:}$$

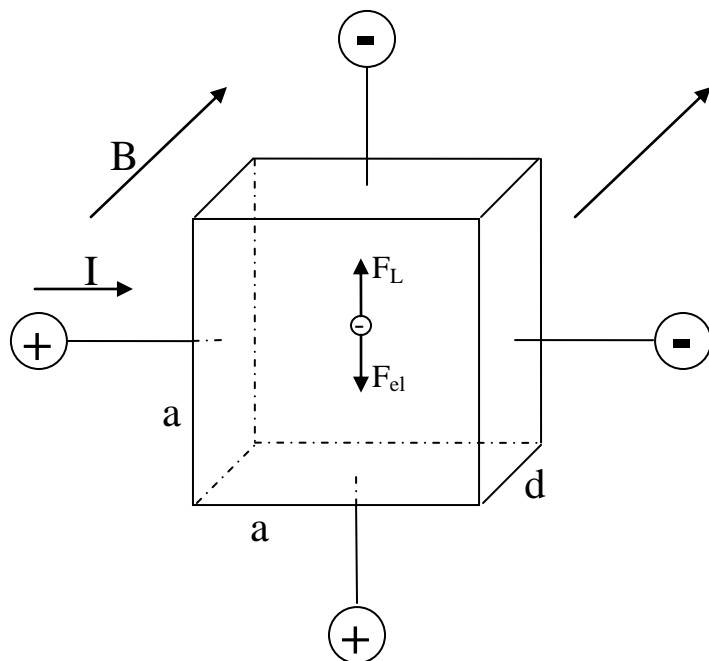
$$B = \frac{m_\alpha}{e \cdot 0,2m} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{2 \cdot e}{m_\alpha} \cdot U_A} = \frac{m_\alpha}{e \cdot 0,2m} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{2 \cdot e}{m_\alpha} \cdot 1000V} \approx 64,39mT .$$

Aufgabe 3

Eine Hallsonde mit Elektronenleitung hat eine quadratische Grundfläche mit der Seitenlänge $a = 25\text{mm}$ und eine Dicke von $d = 18\mu\text{m}$. Die quadratische Grundfläche wird senkrecht von einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte $B = 0,2\text{T}$ durchsetzt. Bei einem Strom der Stärke $I = 15\text{A}$ wird eine Hallspannung von

$$U_H = 8,8\mu\text{V} \text{ gemessen.}$$

3.1 Erkläre anhand einer anzufertigen Skizze die Entstehung der Hallspannung!



Der Strom I fließt von links nach rechts (Daumen) und das Magnetfeld ist in die Zeichenebene hinein gerichtet (Zeigefinger). Der Mittelfinger der rechten Hand zeigt dann nach oben in Richtung der Lorentzkraft \vec{F}_L , die das Elektron nach oben beschleunigt. An der oberen Seite des Hallplättchens entsteht damit ein Minuspol durch die Anreicherung von Elektronen im oberen Bereich, und an der Unterseite ein Pluspol durch die Verarmung an negativen Ladungen.

Die Ladungsverschiebung wird begrenzt durch die elektrische Feldkraft \vec{F}_{el} , die der Lorentzkraft entgegen wirkt. Sie entsteht durch das elektrische Feld zwischen der oberen und unteren Seite des Plättchens. Zwischen Ober- und Unterseite ist dann die Hallspannung U_H messbar, die ihren Minuspol oben und Pluspol unten hat.

3.2 Für die Ladungsträgerdichte im Material der Hallsonde gilt: $n = \frac{B \cdot I}{U_H \cdot e \cdot d}$.

Leite diese Formel begründet her und berechne n !

Aus der Betrachtung zu 3.1 folgt: $F_L = F_{el} \Leftrightarrow evB = eE = e \frac{U_H}{a} \Leftrightarrow U_H = vBa$. Für die Stromstärke gilt:

$I = \frac{Q}{t} = \frac{z \cdot e}{t} = \frac{n \cdot V \cdot e}{t} = \frac{n \cdot a \cdot a \cdot d \cdot e}{t}$, wobei z die Anzahl der Elektronen ist, die in der Zeit t durch das Volumen $V = a \cdot a \cdot d$ fließen. Ist die Elektronendichte n die Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit, so gilt:

$z = n \cdot V$. Da $\frac{a}{t} = v$ die Driftgeschwindigkeit der Elektronen ist, gilt: $I = n \cdot a \cdot v \cdot d \cdot e \Leftrightarrow v = \frac{I}{n \cdot a \cdot d \cdot e}$. In die

obige Gleichung eingesetzt, folgt: $U_H = \frac{I}{n \cdot a \cdot d \cdot e} Ba = \frac{I \cdot B}{n \cdot d \cdot e} \Leftrightarrow n = \frac{I \cdot B}{U_H \cdot d \cdot e}$.

Berechnung: $n = \frac{15\text{A} \cdot 0,2\text{T}}{8,8 \cdot 10^{-6}\text{V} \cdot 18 \cdot 10^{-6}\text{m} \cdot e} \approx 1,18 \cdot 10^{29} \frac{\text{A} \cdot \text{T}}{\text{V} \cdot \text{m} \cdot \text{C}}$.

[Einheit: $\frac{\text{A} \cdot \text{T}}{\text{V} \cdot \text{m} \cdot \text{C}} = \frac{\text{A} \cdot \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}}{\text{V} \cdot \text{m} \cdot \text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{N}}{\text{V} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\frac{\text{J}}{\text{m}}}{\text{J} \cdot \text{m}^2} = \frac{1}{\text{m}^3}]$

3.3 Diskutiere die zu erwartende Veränderung der Hallspannung in dem benutzten Plättchen, wenn

a) statt der Elektronen positive Ladungsträger der Ladung q

b) sowohl Elektronen als auch positive Ladungsträger der Ladung q gleichermaßen beweglich wären!

a) *Wenn statt der Elektronen positive Ladungen durch das Plättchen fließen, wirkt weiterhin die Kraft nach oben, da der Strompfeil auch weiterhin nach rechts zeigt. Es entsteht oben der Pluspol und unten der Minuspol der Hallspannung.*

b) *Fließen sowohl negative Ladungsträger von rechts nach links als auch positive von links nach rechts, so wirken auf beide Ladungsträgerarten Lorentzkräfte nach oben. Es entsteht weder ein Überschuss an negativer noch an positiver Ladung auf der oberen bzw. unteren Seite – man kann keine Hallspannung messen.*