

## Thema: Spule, Kondensator und Ohmscher Widerstand im Wechselstromkreis

### Aufgabe 1

1.1 *Leite begründet her:*

1.1.1 Für den Gesamtwiderstand  $Z$  der in Abb.1 dargestellten Schaltung gilt:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} ! \quad X_C = \text{Wechselstromwiderstand des Kondensators}$$

1.1.2 Für die Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen  $u(t)$  und  $i(t)$  gilt:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{U_C}{U_R}\right) !$$

1.2 *Berechne* die Werte für  $I$ ,  $U_R$  und  $U_C$ , die von den drei Messgeräten in Abb.1 angezeigt werden, und *bestimme* geeignete Gleichungen für  $u(t)$  und  $i(t)$ !

1.3 Statt der Wechselspannung wird eine Gleichspannung von  $U = 50V$  angelegt. *Beschreibe und erläutere* die jetzt von den Messgeräten angezeigten Werte!

### Aufgabe 2

2.1 *Berechne* die von den drei Messgeräten in Abb.2 angezeigten Werte!

2.2 In die vorher luftgefüllte Spule wird ein Eisenkern mit  $\mu_r = 300$  geschoben. *Beschreibe und begründe* die qualitativen Veränderungen der Messwerte, die an den Messgeräten in Abb.2 zu beobachten sind!

2.3 Ein Kondensator mit der Kapazität  $C$  soll parallel zur Spule mit der Induktivität  $L$  geschaltet werden, so dass für die verwendete Frequenz  $f$  der Resonanzfall eintritt!

2.3.1 *Leite begründet her:*  $C = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot f^2} !$

2.3.2 *Berechne* die erforderliche Kapazität  $C$ !

### Aufgabe 3

Eine Spule hat einen Ohmschen Widerstand von  $R = 100\Omega$  und eine Induktivität von  $L = 0,8H$ . Sie ist an eine Wechselspannungsquelle mit  $U = 50V$  und  $f = 130Hz$  angeschlossen.

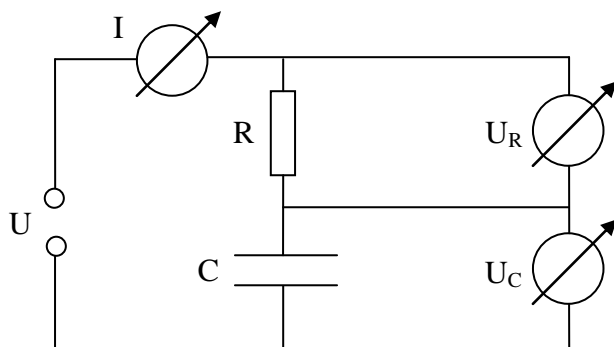
3.1 *Berechne* die Scheitelwerte für den Wirkstrom  $\hat{i}_p$  und den Blindstrom  $\hat{i}_Q$  und die Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen  $u(t)$  und  $i(t)$ !

3.2 *Bestimme* den Scheitelwert des Gesamtstroms  $\hat{i}$  zeichnerisch und rechnerisch!

3.3 *Bestimme* die Wirk- Blind- und Scheinleistung, also  $P$ ,  $Q$  und  $S$  !

**Material zur Aufgabe 1**

Abb.1

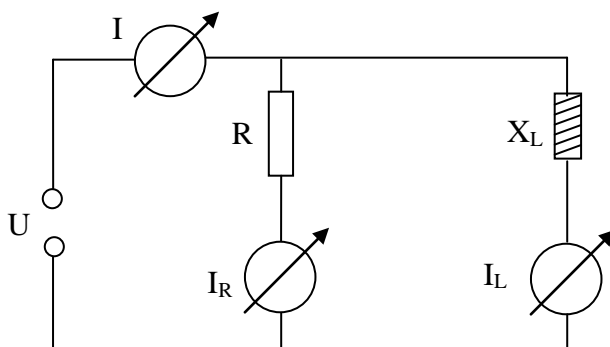


$U = 50V$   
 $f = 130Hz$

$R = 100\Omega$   
 $C = 10\mu F$

**Material zur Aufgabe 2**

Abb.2



$U = 50V$   
 $f = 130Hz$

$R = 100\Omega$   
 $L = 0,8H$

## Lösungen:

### Aufgabe 1

1.1 Leite begründet her.

1.1.1 Für den Gesamtwiderstand  $Z$  der in Abb.1 dargestellten Schaltung gilt:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} ! \quad X_C = \text{Wechselstromwiderstand des Kondensators}$$

Widerstand und Kondensator liegen in Reihe, deshalb ist für beide Bauteile die Stromstärke  $I$  gleich. Im Phasendiagramm stellt  $I$  damit die Bezugsgröße dar. Ohne Phasenverschiebung hierzu liegt  $U_R$ , hat also die gleiche

Orientierung.  $U_C$  dagegen eilt beim Kondensator der Stromstärke um  $\frac{\pi}{2}$  nach.

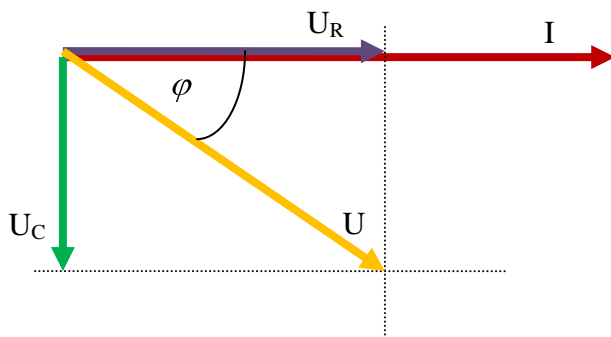
Es ergibt sich also folgendes Bild:  
Mit dem Satz des Pythagoras gilt:

$$U^2 = U_R^2 + U_C^2 . \text{ Teilt man durch } I , \text{ so}$$

ergibt sich:

$$\left(\frac{U}{I}\right)^2 = \left(\frac{U_R}{I}\right)^2 + \left(\frac{U_C}{I}\right)^2 \Leftrightarrow Z^2 = R^2 + X_C^2$$

$$\Leftrightarrow Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} . \text{ Benutzt wurde dabei die Definition des Widerstandes.}$$



1.1.2 Für die Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen  $u(t)$  und  $i(t)$  gilt:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{U_C}{U_R}\right) !$$

Aus der Zeichnung ergibt sich:  $\tan(\varphi) = \frac{U_C}{U_R} \Leftrightarrow \varphi = \arctan\left(\frac{U_C}{U_R}\right)$ .

1.2 Berechne die Werte für  $I$ ,  $U_R$  und  $U_C$ , die von den drei Messgeräten in Abb.1 angezeigt werden, und bestimme geeignete Gleichungen für  $u(t)$  und  $i(t)$ !

$$Z = \sqrt{(100\Omega)^2 + \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot 130\text{Hz} \cdot 10\mu\text{F})^2}} \approx 158,08\Omega .$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{50\text{V}}{I} \Rightarrow I = \frac{50\text{V}}{Z} \approx \frac{50\text{V}}{158,08\Omega} \approx 0,3163\text{A} . \quad (\text{Anzeige des Strommessgerätes})$$

$$U_R = R \cdot I \Rightarrow U_R \approx 100\Omega \cdot 0,3163\text{A} = 31,63\text{V} . \quad (\text{Anzeige am Widerstand})$$

$$U_C = X_C \cdot I \Leftrightarrow U_C = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \approx \frac{0,3163\text{A}}{2 \cdot \pi \cdot 130\text{Hz} \cdot 10\mu\text{F}} \approx 38,72\text{V} . \quad (\text{Anzeige am Kondensator})$$

$$\text{Für die Phasenverschiebung gilt: } \varphi = \arctan\left(\frac{U_C}{U_R}\right) \approx \arctan\left(\frac{38,72}{31,63}\right) \approx 50,75^\circ .$$

|                    |               |                    |                                 |
|--------------------|---------------|--------------------|---------------------------------|
| <b>Abitur 2009</b> | <b>Physik</b> | <b>1. Klausur</b>  | <b>Hannover, 04.03.2008</b>     |
| <b>© arei</b>      | <b>LK</b>     | <b>2. Semester</b> | <b>Bearbeitungszeit: 90 min</b> |

Für die Scheitelwerte gilt:

$$U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \hat{u} = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2} \cdot 50V \approx 70,71V .$$

$$I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \hat{i} = \sqrt{2} \cdot I \approx \sqrt{2} \cdot 0,3163A \approx 0,4473A .$$

Mit  $u(t) = 70,71V \cdot \sin(260s^{-1} \cdot \pi \cdot t)$  folgt  $i(t) = 0,4473A \cdot \sin(260s^{-1} \cdot \pi \cdot t + \varphi_0)$  mit

$\varphi_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50,75^\circ}{360^\circ} \approx 0,89$ . Die Phasenverschiebung ist positiv, da der Strom der Spannung voraussieht. Sie muss im Bogenmaß eingetragen werden, da im Argument der Sinusfunktion eine reelle Zahl steht.

1.3 Statt der Wechselspannung wird eine Gleichspannung von  $U = 50V$  angelegt. Beschreibe und erläutere die jetzt von den Messgeräten angezeigten Werte!

Im Gleichspannungskreis hat der Kondensator einen unendlich hohen Widerstand, wirkt also wie ein offener Schalter. Es kann also kein Strom fließen und  $I = 0$ . Da  $I = 0$ , fällt auch am Widerstand keine Spannung ab und damit ist  $U_R = 0$ . Die gesamte Spannung liegt somit am Kondensator:  $U_C = U = 50V$ .

## Aufgabe 2

2.1 Berechne die von den drei Messgeräten in Abb.2 angezeigten Werte!

Widerstand und Spule liegen parallel zueinander.

Für den induktiven Widerstand gilt:  $X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \approx 653,45\Omega$ .

Für den Gesamtwiderstand gilt im Parallelkreis:  $\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}} \Rightarrow Z \approx 98,85\Omega$ .

$$U = R \cdot I_R \Leftrightarrow I_R = \frac{U}{R} = \frac{50V}{100\Omega} = 0,5A \quad (\text{Strom durch den Widerstand})$$

$$U = X_L \cdot I_L \Leftrightarrow I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{50V}{653,45\Omega} = 0,0765A \quad (\text{Strom durch die Spule})$$

$$U = Z \cdot I \Leftrightarrow I = \frac{U}{Z} = \frac{50V}{98,85\Omega} \approx 0,51A \quad (\text{Gesamtstrom})$$

2.2 In die vorher luftgefüllte Spule wird ein Eisenkern mit  $\mu_r = 300$  geschoben. Beschreibe und begründe die qualitativen Veränderungen der Messwerte, die an den Messgeräten in Abb.2 zu beobachten sind!

$\mu_r = 300$  vergrößert die Induktivität der Spule um den Faktor 300. Dadurch vergrößert sich auch der induktive

Widerstand  $X_L$  um diesen Faktor, da er proportional zur Induktivität ist. Der Radikand in  $\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}$  wird

damit kleiner und die Impedanz  $Z$  somit größer.

Der Gesamtstrom  $I$  sinkt damit und der Strom  $I_L$  ebenfalls. Da  $U$  und  $R$  konstant bleiben, bleibt auch  $I_R$  konstant.

2.3 Ein Kondensator mit der Kapazität  $C$  soll parallel zur Spule mit der Induktivität  $L$  geschaltet werden, so dass für die verwendete Frequenz  $f$  der Resonanzfall eintritt!

2.3.1 *Leite begründet her:*  $C = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot f^2}$ !

Im Resonanzfall besitzt der Parallelkreis aus Kondensator, Spule und Ohmschen Widerstand den größten Gesamtwiderstand  $Z$ . Aus dem Phasendiagramm für den Parallelkreis ergibt sich:  $Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L})^2}}$ .  $Z$

wird maximal, wenn der Nenner seinen kleinsten Wert annimmt. Dies ist dann der Fall, wenn  $\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} = 0$ .

Hieraus folgt:  $\omega \cdot C = \frac{1}{\omega \cdot L} \Leftrightarrow C = \frac{1}{\omega^2 \cdot L} \Leftrightarrow C = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot L} \Leftrightarrow C = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot L}$

2.3.2 *Berechne die erforderliche Kapazität  $C$ !*

$$C = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot L} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot (130\text{Hz})^2 \cdot 0,8\text{H}} \approx 1,8735 \mu\text{F}$$

### Aufgabe 3

Eine Spule hat einen Ohmschen Widerstand von  $R = 100\Omega$  und eine Induktivität von  $L = 0,8\text{H}$ . Sie ist an eine Wechselspannungsquelle mit  $U = 50\text{V}$  und  $f = 130\text{Hz}$  angeschlossen.

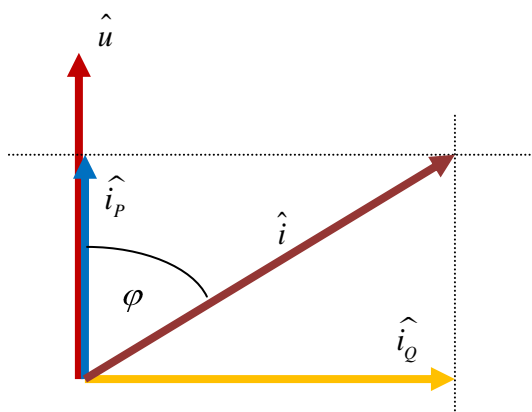
3.1 *Berechne die Scheitelwerte für den Wirkstrom  $\hat{i}_p$  und den Blindstrom  $\hat{i}_Q$  und die Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen  $u(t)$  und  $i(t)$ !*

Für den induktiven Widerstand gilt:  $X_L = \omega \cdot L \approx 653,45\Omega$ .

Da  $X_L = \frac{U}{I_Q} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}_Q}$ , folgt:  $\hat{i}_Q = \frac{\hat{u}}{X_L} \approx \frac{\sqrt{2} \cdot 50\text{V}}{653,45\Omega} \approx 0,108211\text{A} \approx 108,211\text{mA}$ .

Da  $R = \frac{U}{I_p} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}_p}$ , folgt:  $\hat{i}_p = \frac{\hat{u}}{R} \approx \frac{\sqrt{2} \cdot 50\text{V}}{100\Omega} \approx 0,707107\text{A} \approx 707,107\text{mA}$ .

Im Phasendiagramm liegen die Zeiger der Spannung und des Wirkstroms orientierungsgleich, der Zeiger des Blindstroms bildet mit dem Spannungszeiger einen rechten Winkel.



Im Diagramm gilt:

$$\tan(\varphi) = \frac{\hat{i}_Q}{\hat{i}_p} \Leftrightarrow \varphi = \arctan\left(\frac{\hat{i}_Q}{\hat{i}_p}\right) \approx 8,70^\circ$$

|                    |               |                    |                                 |
|--------------------|---------------|--------------------|---------------------------------|
| <b>Abitur 2009</b> | <b>Physik</b> | <b>1. Klausur</b>  | <b>Hannover, 04.03.2008</b>     |
| <b>© arei</b>      | <b>LK</b>     | <b>2. Semester</b> | <b>Bearbeitungszeit: 90 min</b> |

3.2 *Bestimme* den Scheitelwert des Gesamtstroms  $\hat{i}$  zeichnerisch und rechnerisch!

Rechnerisch ergibt sich (Pythagoras):  $\hat{i} = \sqrt{\hat{i}_P^2 + \hat{i}_Q^2} \approx 715,339\text{mA}$ ; ( $I \approx 505,82\text{mA}$ ).

Zeichnerisch ergibt sich ein ähnlicher Wert, z.B.  $\approx 720\text{mA}$ .

3.3 *Bestimme* die Wirk- Blind- und Scheinleistung, also  $P$ ,  $Q$  und  $S$  !

Es gelten die bekannten Herleitungen:

$$P = 0,5 \cdot \hat{u} \cdot \hat{i}_P \approx 0,5 \cdot \sqrt{2} \cdot 50\text{V} \cdot 707,107\text{mA} \approx 25,0000\text{W} \quad (\text{Wirkleistung})$$

$$Q = 0,5 \cdot \hat{u} \cdot \hat{i}_Q \approx 0,5 \cdot \sqrt{2} \cdot 50\text{V} \cdot 108,211\text{mA} \approx 3,8258\text{W} \quad (\text{Blindleistung})$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \approx 25,2910\text{W} \quad (\text{Scheinleistung})$$