1. Das Federpendel

Eine Schraubenfeder besitzt die Federkonstante $D=24\frac{N}{m}$.

1.1 Durch Anhängen eines Körpers der Masse $m=100\text{g}$ wird die Feder um die Länge x_0 ausgelenkt. *Berechne* x_0 !

1.2 Durch Anhängen eines anderen Körpers der Masse m' entsteht ein Federpendel mit der Periodendauer $T=1\text{s}$. *Berechne* m' !

1.3 Die Masse m' des Federpendels mit $T=1\text{s}$ wird um 10cm nach unten ausgelenkt. Die Zeitmessung beginnt in dem Moment, in dem die Masse m' losgelassen wird. *Stelle* die Gleichungen für die Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung *auf* und *zeichne* jeweils eine Periode ihrer Graphen in ein Diagramm!
[Die Achsen sind geeignet zu skalieren!]

1.4 *Berechne* die Gesamtenergie des in 1.2 und 1.3 betrachteten Federpendels und *zeige*, dass das Energieprinzip erfüllt ist! *Erläutere* dein Vorgehen!

1.5 Zeige, dass man mit einem Fadenpendel die Fallbeschleunigung messen kann! Mit einem Federpendel ist dies nicht möglich. Begründe diese Feststellung!

2. Der Doppler-Effekt

Ein zur Geschwindigkeitsmessung eingesetzter Ultraschallsender steht auf der Standspur einer Autobahn und peilt ein mit der Geschwindigkeit v heranrasendes Auto mit der Peilfrequenz $f_S=30\text{kHz}$ an. Dieses Signal wird vom fahrenden Auto empfangen und zu dem Sender zurückreflektiert. Dort beträgt die empfangene Frequenz $f_{Mess}=40345\text{Hz}$. Die Phasengeschwindigkeit des Signals beträgt $c=340\frac{m}{s}$.

2.1 *Gib* die Formel für die vom Auto empfangene Frequenz f_{Auto} *an*!

2.2 *Leite* die Formel für die vom Messgerät empfangene Frequenz *her*!

2.3 *Zeige begründet*, dass für die Geschwindigkeit des Autos $v=\frac{f_{Mess}-f_S}{f_{Mess}+f_S}\cdot c$ gilt!

2.4 *Berechne* die Geschwindigkeit des Autos in $\frac{km}{h}$!

3. Stehende Wellen

Zwei dünnwandige Metallrohre mit fast gleichem Durchmesser sind so ineinander gesteckt, dass sich das innere Rohr aus dem äußeren herausziehen lässt. Hierdurch entsteht ein Rohr mit variabler Länge von $30\,cm$ bis 60cm . Vor dieses Rohr wird ein Lautsprecher gestellt, der einen konstanten Ton der Frequenz $f=1700\text{Hz}$ in das Rohr ausstrahlt. Bei diesem Ton und der kleinsten Länge von $30\,cm$ gerät die Luftsäule in dem Rohr in Resonanz. Die Schallgeschwindigkeit beträgt $c=340\frac{m}{s}$.

3.1 *Berechne begründet* die Wellenlänge des emittierten Tons und den Schwingungszustand der Luftsäule im Rohr! *Skizziere* die Geschwindigkeitswelle deines Ergebnisses!

3.2 *Berechne* die Länge, um die das innere Rohr herausgezogen werden muss, bis wieder Resonanz eintritt! Nenne begründet die Oberschwingung, die maximal durch Herausziehen des Rohres erreichbar ist?

1. Das Federpendel

Eine Schraubenfeder besitzt die Federkonstante $D=24\frac{N}{m}$.

1.1 Durch Anhängen eines Körpers der Masse $m=100\text{g}$ wird die Feder um die Länge x_0 ausgelenkt. *Berechne* x_0 !

$$F=D\cdot x_0 \Rightarrow m\cdot g=D\cdot x_0 \Rightarrow x_0=\frac{m\cdot g}{D}=0{,}040875\,m\approx 4{,}1\,cm$$

1.2 Durch Anhängen eines anderen Körpers der Masse m' entsteht ein Federpendel mit der Periodendauer $T=1\text{s}$. *Berechne* m' !

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m'}{D}}\Rightarrow m'=D\cdot\frac{T^2}{4\pi^2}\Rightarrow m'=0{,}6079271\,kg\approx 607{,}9\,g$$

1.3 Die Masse m' des Federpendels mit $T=1\text{s}$ wird um 10cm nach unten ausgelenkt. Die Zeitmessung beginnt in dem Moment, in dem die Masse m' losgelassen wird. *Stelle* die Gleichungen für die Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung *auf* und *zeichne* jeweils eine Periode ihrer Graphen in ein Diagramm!
[Die Achsen sind geeignet zu skalieren!]

$$y(t)=-10\text{cm}\cdot\cos(2\pi s^{-1}\cdot t)$$

Zeichnung: „-cos Kurve“ mit Amplitude „10cm“

$$v(t)=+20\pi\frac{cm}{s}\cdot\sin(2\pi s^{-1}\cdot t)$$

Zeichnung: „sin Kurve“ mit Amplitude „62,8 cm/s“

$$a(t)=+40\pi^2\frac{cm}{s^2}\cdot\cos(2\pi s^{-1}\cdot t)\approx 394{,}78\frac{cm}{s^2}\cdot\cos(2\pi s^{-1}\cdot t)$$

Zeichnung: „cos Kurve“ mit Amplitude „394,78 cm/s²“

1.4 *Berechne* die Gesamtenergie des in 1.2 und 1.3 betrachteten Federpendels und *zeige*, dass das Energieprinzip erfüllt ist! *Erläutere* dein Vorgehen!

Die Gesamtenergie bleibt erhalten und ergibt sich als maximale kinetische Energie, aber auch als maximale potenzielle Energie. Jeweils die andere Energieform ist zu diesen Zeiten null.

$$E_{ges}=E_{pot}+E_{kin}=E_{pot,max}=E_{kin,max}=\frac{1}{2}\cdot D\cdot\hat{y}^2=\frac{1}{2}\cdot m'\cdot\hat{v}^2$$

Mit den bisherigen Werten folgt:

$$E_{pot,max}=\frac{1}{2}\cdot 24\frac{N}{m}\cdot -0{,}1\,m^2=0{,}12\,J \quad \text{und} \quad E_{kin,max}\approx\frac{1}{2}\cdot 0{,}6079\,kg\cdot(0{,}2\cdot\pi\frac{m}{s})^2\approx 0{,}120\,J$$

1.5 Zeige, dass man mit einem Fadenpendel die Fallbeschleunigung messen kann! Mit einem Federpendel ist dies nicht möglich. Begründe diese Feststellung!

Für das Fadenpendel gilt: $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g=\frac{4\pi^2 l}{T^2}$. Aus der Fadenlänge und der Periodendauer lässt sich also g bestimmen.
Für das Federpendel gilt: $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$. Da m und D ortsunabhängige Konstanten sind, ist auch T unabhängig von g überall konstant; die Schwingung des federpendels wird nicht von der Fallbeschleunigung beeinflusst.

2. Der Doppler-Effekt

Ein zur Geschwindigkeitsmessung eingesetzter Ultraschallsender steht auf der Standspur einer Autobahn und peilt ein mit der Geschwindigkeit v heranrasendes Auto mit der Peilfrequenz $f_S=30\text{kHz}$ an. Dieses Signal wird vom fahrenden Auto empfangen und zu dem Sender zurückreflektiert. Dort beträgt die empfangene Frequenz $f_{Mess}=40345\text{Hz}$. Die Phasengeschwindigkeit des Signals beträgt $c=340\frac{m}{s}$.

2.1 *Gib* die Formel für die vom Auto empfangene Frequenz f_{Auto} *an*!

Der Empfänger (Auto) bewegt sich auf den ruhenden Sender (Messstation) zu:

$$f_{Auto}=f_S\cdot(1+\frac{v}{c})$$

2.2 *Leite* die Formel für die vom Messgerät empfangene Frequenz *her*!

Der Sender (Auto) bewegt sich auf den ruhenden Empfänger (Messstation) zu:

$$f_{Mess}=\frac{f_{Auto}}{1-\frac{v}{c}}=\frac{f_S\cdot(1+\frac{v}{c})}{1-\frac{v}{c}}$$

2.3 *Zeige begründet*, dass für die Geschwindigkeit des Autos $v=\frac{f_{Mess}-f_S}{f_{Mess}+f_S}\cdot c$ gilt!

In 2.1 wird die vom Auto empfangene Frequenz angegeben, die es zur Messstation reflektiert. In 2.2 wird die von der Messstation empfangene Frequenz angegeben. Die Formel $f_{Mess}=\frac{f_S\cdot(1+\frac{v}{c})}{1-\frac{v}{c}}$ muss nach v aufgelöst werden.

$$f_{Mess}=\frac{f_S\cdot(1+\frac{v}{c})}{1-\frac{v}{c}} \Leftrightarrow f_{Mess}\cdot(1-\frac{v}{c})=f_S\cdot(1+\frac{v}{c}) \Leftrightarrow f_{Mess}\cdot(c-v)=f_S\cdot(c+v)$$

$$\Leftrightarrow f_{Mess} \cdot c - f_{Mess} \cdot v = f_S \cdot c + f_S \cdot v \Leftrightarrow f_{Mess} \cdot c - f_S \cdot c = f_S \cdot v + f_{Mess} \cdot v$$

$$\Leftrightarrow v = c \cdot \frac{f_{Mess} - f_S}{f_{Mess} + f_S}$$

2.4 *Berechne* die Geschwindigkeit des Autos in $\frac{km}{h}$!

$$v = 340 \frac{m}{s} \cdot \frac{(40345\, Hz - 30000\, Hz)}{(40345\, Hz + 30000\, Hz)} \approx 50 \frac{m}{s} = 180 \frac{km}{h}$$

3. Stehende Wellen

Zwei dünnwandige Metallrohre mit fast gleichem Durchmesser sind so ineinander gesteckt, dass sich das innere Rohr aus dem äußeren herausziehen lässt. Hierdurch entsteht ein Rohr mit variabler Länge von $30\, cm$ bis $60 \mathrm{cm}$. Vor dieses Rohr wird ein Lautsprecher gestellt, der einen konstanten Ton der Frequenz $f = 1700 \mathrm{Hz}$ in das Rohr ausstrahlt. Bei diesem Ton und der kleinsten Länge von $30\, cm$ gerät die Luftsäule in dem Rohr in Resonanz. Die Schallgeschwindigkeit beträgt $c = 340 \frac{m}{s}$.

3.1 *Berechne begründet* die Wellenlänge des emittierten Tons und den Schwingungszustand der Luftsäule im Rohr! *Skizziere* die Geschwindigkeitswelle deines Ergebnisses!

Da beide Enden offen sind, muss sich eine stehende Welle mit $30\, cm = k \cdot \frac{\lambda}{2}$ bei ganzzahligem k bilden. Da $c = f \cdot \lambda$, folgt für die Wellenlänge:

$\lambda = \frac{340 \frac{m}{s}}{1700} Hz = 20\, cm$. Damit folgt für k : $k = \frac{(30\, cm) \cdot 2}{20\, cm} = 3$. Im Rohr sind also 3 halbe Wellenlängen einzuzeichnen: Links beginnt die stehende Welle mit einem Bauch, dann folgt nach $\frac{\lambda}{4}$ ein Knoten. Es schließen sich zwei halbe Wellenlängen, also zwei Bäuche mit einem Knoten dazwischen an. Danach kommt wieder ein Knoten und eine viertel Wellenlänge mit einem Bauch am offenen Ende. Es handelt sich also um die 2. Oberschwingung.

3.2 *Berechne* die Länge, um die das innere Rohr herausgezogen werden muss, bis wieder Resonanz eintritt! Nenne begründet die Oberschwingung, die maximal durch Herausziehen des Rohres erreichbar ist?

Da der Ton konstant bleibt, muss auch die Wellenlänge konstant bleiben. Zieht man das innere Rohr um $\frac{\lambda}{2} = 10\, cm$ heraus, tritt wieder Resonanz auf. Zieht man es um $3 \cdot \frac{\lambda}{2} = 3 \cdot 10\, cm$ weiter heraus, ist es $60\, cm$ lang und enthält nun bei voller Länge 6 halbe Wellenlängen. Damit ist die 5. Oberschwingung noch realisierbar.

