

Leistungsfach Physik 12/2 Klausur Nr. 2

Aufgabe 1: *Der kapazitive Widerstand*

Der Widerstand eines Kondensators im Wechselstromkreis soll experimentell untersucht werden. Dazu wird der Kondensatorstrom I in Abhängigkeit der Frequenz f gemessen (Abb.1, Tab. 1).

- 1.1 *Bestimme* aus den Messwerten von Tab. 1 einen funktionalen Zusammenhang zwischen dem Widerstand R_C des Kondensators und der Wechselstromfrequenz f !
Berechne hieraus die Kapazität C_{exp} des benutzten Kondensators und vergleiche sie mit der angegebenen Kapazität C !
- 1.2 *Zeichne* zum Messwert bei $f = 1000\text{Hz}$ ein Zeigerdiagramm ($2\text{V} \triangleq 1\text{cm}$; $2\text{mA} \triangleq 1\text{cm}$)!
Nenne die auftretende Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung und *deute* sie physikalisch!
Gib den zeitlichen Verlauf der Kondensatorspannung $u_C(t)$ *begründet an*, wenn für den Kondensatorstrom $i_C(t) = \hat{i} \cdot \cos(\omega \cdot t)$ gilt!
- 1.3 Für den kapazitiven Widerstand gilt die Formel: $R_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$.
Leite diese Formel *begründet her!*

Aufgabe 2: *Die reale Spule*

Ein Sinusgenerator erzeugt die Generatorspannung u_G mit der Frequenz f . Diese Wechselspannung wird an eine Reihenschaltung aus einer Spule und einem Widerstand gelegt. Parallel zur Spule wird **Kanal I**, parallel zum Widerstand **Kanal II** eines Zweistrahloszilloskops angeschlossen (Abb. 2). Auf dem Schirm ist der zeitliche Verlauf zweier Größen zu beobachten (Abb. 3).

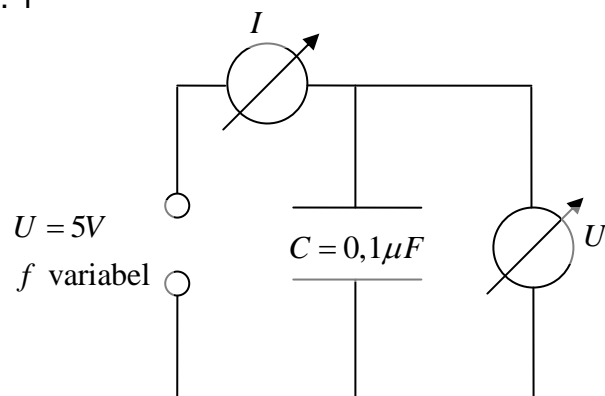
- 2.1 *Erläutere* und *deute* das Schirmbild des Oszilloskops!
- 2.2 *Bestimme* aus dem Schirmbild die Frequenz f und die Scheitelwerte \hat{u} und \hat{i} !
- 2.3 *Bestimme* aus dem Schirmbild die Phasenverschiebung φ in Grad und im Bogenmaß und *formuliere* hiermit die Funktionsgleichungen für $u(t)$ und $i(t)$!
- 2.4 *Zeichne* zur Phasenverschiebung $\varphi = 72^\circ$ ein Zeigerdiagramm für die reale Spule* mit $\hat{u} = 7,6\text{V}$ und $\hat{i} = 1,1\text{mA}$ und *berechne* die Wirk-, Blind- und Scheinleistung der Spule! [* Der zusätzlich in Reihe geschaltete Widerstand R_A wird hierbei nicht mit betrachtet.]
Erläutere dein Vorgehen!
- 2.5 *Skizziere* qualitativ den zeitlichen Verlauf der Momentanleistung $p_L(t)$ bei einer Phasenverschiebung φ mit $0^\circ < \varphi < 90^\circ$!
Erläutere den Graphen bezüglich der unterschiedlichen Leistungsbegriffe!

Leistungsfach Physik 12/2 Klausur Nr. 2

Materialien zu den Aufgaben

zu Aufgabe 1:

Abb. 1



Tab. 1

f / Hz	50	100	200	300	400	500	1000	1500
I / mA	0,16	0,31	0,63	0,94	1,26	1,57	3,14	4,71

Leistungsfach Physik 12/2 Klausur Nr. 2

zu Aufgabe 2:

Abb.2

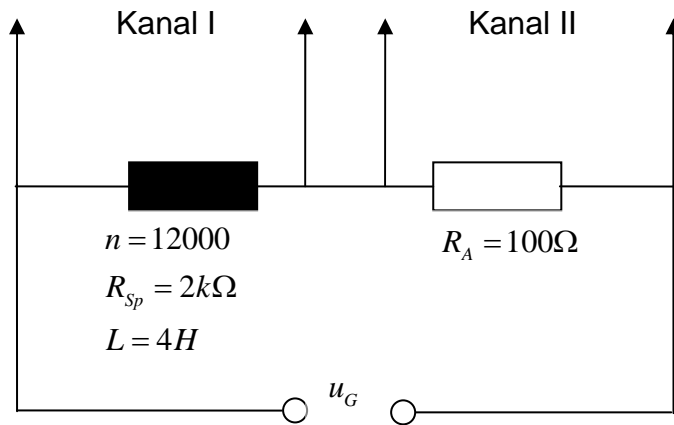
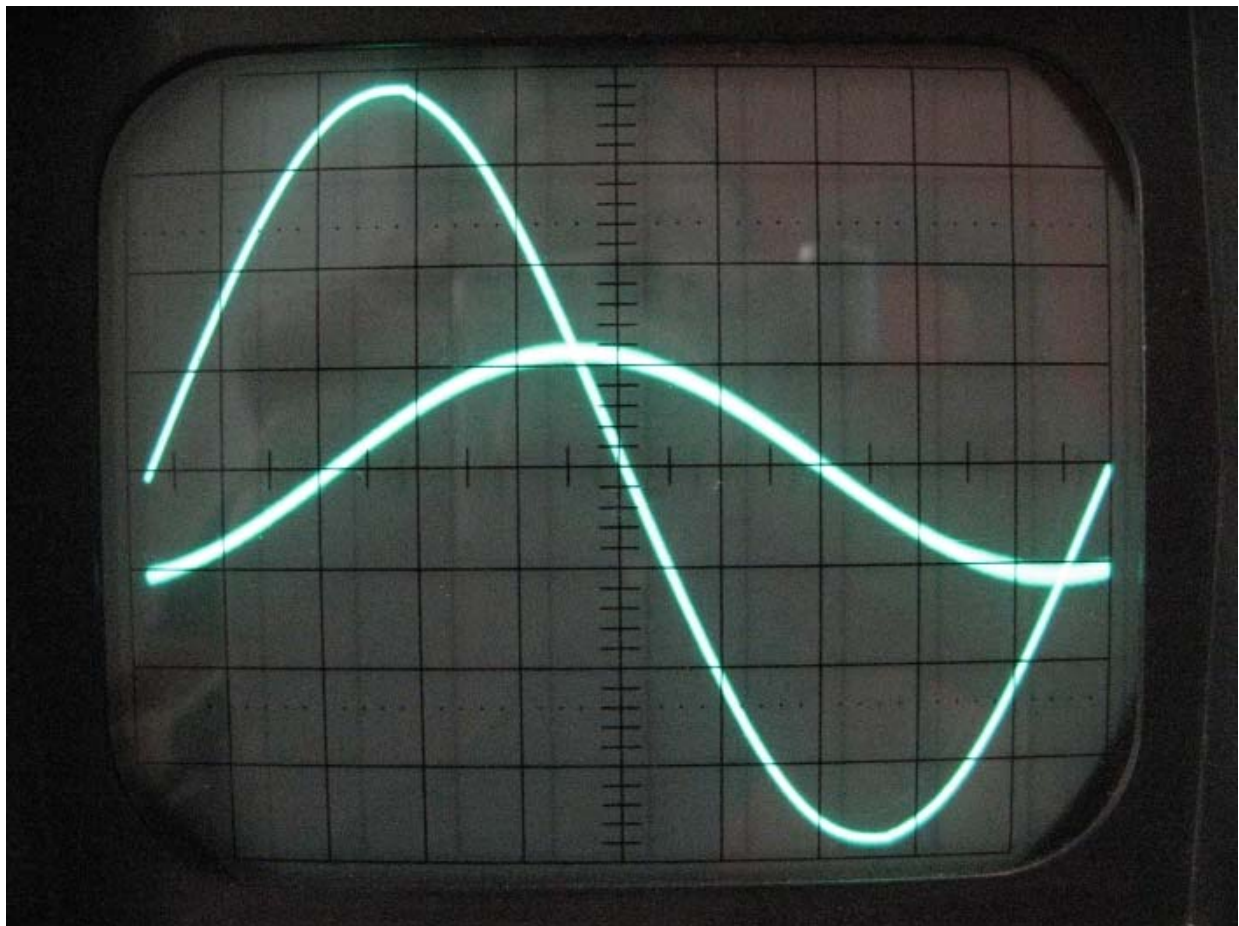


Abb.3



Kanal I
 $Y_1 : 2V/cm$

Kanal II
 $Y_2 : 0,1V/cm$

Time Base
 $X : 0,5ms/cm$

Leistungsfach Physik 12/2 Klausur Nr. 2

Lösungen

Aufgabe 1: *Der kapazitive Widerstand*

1.1 *Bestimme* einen funktionalen Zusammenhang zwischen dem Widerstand R_C des Kondensators und der Wechselstromfrequenz f !

Lösung mit dem GTR ohne bewertungsrelevante Beschreibungen oder Erläuterungen:

Liste L1: f in Hz

Liste L2: I in A

Liste L3: $R=U/I=5V/L2$ in Ohm

Plot: x: L1, y: L3

Lage: vermutlich Hyperbel

3

Regression: $y = 1569409,361 \cdot x^{-0,9976976424} \Rightarrow (?) y \sim \frac{1}{x}$

Überprüfung der vermuteten Abhängigkeit

Liste L4: $1/L1$

Plot: x: L4, y: L3

Lage: Ursprungsgerade

2

Regression: $y = 1566774,679 \cdot x + 90,01388665$

1

Physikalische Bedeutung: $R = 1566774,679 \frac{\Omega}{s} \cdot \frac{1}{f} + 90,01388665 \Omega$

1

Da für $f=1500$ Hz der erste Summand seinen kleinsten Wert mit ca. 1044,5 Ohm annimmt, ist der zweite relativ kleine Summand als Nullpunktsfehler bzw. Regressionsfehler zu vernachlässigen.

Berechne hieraus die Kapazität C_{exp} des benutzten Kondensators und vergleiche sie mit der angegebenen Kapazität C !

2

Vergleicht man das obige Resultat mit der bekannten Formel $R = \frac{1}{2\pi fC}$, so folgt:

$1566774,679 \frac{\Omega}{s} = \frac{1}{2\pi C}$. Hieraus folgt: $C_{\text{exp}} = 1,015812581 \cdot 10^{-7} F$. Vergleicht man diesen

Wert mit der angegebenen Kapazität, ergibt sich eine nur geringe Abweichung von

1

$\frac{0,1015812581 - 0,1}{0,1} \approx 0,016 = 1,6\%$. Das Ergebnis ist ziemlich gut!

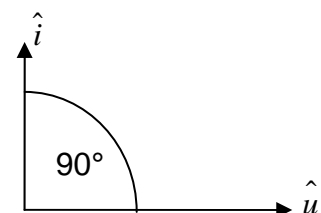
1.2 *Zeichne* zum Messwert bei $f = 1000 \text{ Hz}$ ein Zeigerdiagramm ($2V \triangleq 1 \text{ cm}$; $2 \text{ mA} \triangleq 1 \text{ cm}$)!

2

Zu dieser Frequenz gehört ein Strom von $\hat{i} = I \cdot \sqrt{2} = 3,14 \text{ mA} \cdot \sqrt{2} \approx 4,44 \text{ mA}$. Die Spannung

beträgt $\hat{u} = U \cdot \sqrt{2} = 5V \cdot \sqrt{2} \approx 7,07V$. Da beim Kondensator die Stromstärke der Spannung um 90° vorseilt, ergibt sich bei einem Drehsinn entgegen dem Uhrzeigersinn (üblich!) das nebenstehende Zeigerdiagramm:

2



Leistungsfach Physik 12/2 Klausur Nr. 2

1

Nenne die auftretende Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung und *deute* sie physikalisch!

3

Kurz: Die Phasenverschiebung ist 90° (Strom eilt Spannung voraus), da zum Aufladen des Kondensators erst Strom fließen muss. Erst wenn der Strom auf 0 abgesunken ist, ist der Kondensator voll aufgeladen und es herrscht die maximale Spannung.

Detaillierter: Die Phasenverschiebung beträgt 90° , das heißt: Bei einem Kondensator im Wechselstromkreis eilt die Stromstärke der Spannung am Kondensator um 90° voraus; die Stromstärke erreicht ihre Maxima und Minima jeweils 90° bevor die Spannung ihre Maxima bzw. Minima erreicht.

Deutung: Schließt man in einem Gleichstromkreis den Schalter, so ist die Spannung am Kondensator noch null und der Strom kann sofort in voller Stärke auf den Kondensator fließen, da auf ihm noch keine Ladungsträger sind, die das Nachfließen weiterer gleichnamiger Ladungen behindern könnten. Dies ändert sich aber sofort nach dem Schließen des Schalters, da der Kondensator seine Spannung aufbaut, die der angelegten entgegenwirkt. Je länger der Schalter geschlossen ist, desto mehr Ladungsträger einer Art befinden sich auf den entsprechenden Platten des Kondensators und desto weniger Ladungsträger kann die Spannungsquelle gegen das abstoßende elektrische Feld auf den Kondensator pumpen – der Strom sinkt auf null. Die Spannung zwischen den Kondensatorplatten ist von null auf ihren Maximalwert gestiegen. Der Ladestrom kommt nämlich zum Erliegen, wenn die elektrostatische Abstoßung der Ladungen auf dem Kondensator so groß ist, dass die angelegte Spannung keine Ladungen gegen dieses Feld mehr bewegen kann. Im Wechselstromkreis ist der periodische sinusförmige Verlauf vorgegeben. Lädt der Strom den Kondensator von der Spannung 0 auf ihren Maximalwert, fällt er selbst von seinem Maximalwert auf 0 ab. Zwischen dem Maximalwert des Stroms und dem der Spannung liegt also der Phasenunterschied 90° - zuerst hat der Strom, dann die Spannung den Maximalwert erreicht. Fließt der Strom in entgegengesetzter Richtung, dann hat er seinen Minimalwert, wenn die Spannung am Kondensator 0 ist. Er lädt jetzt den Kondensator bis zu seiner Minimalspannung auf, bis er selbst wieder 0 ist (keine weiteren Ladungsträger können die Abstoßung der bereits vorhandenen überwinden). Ändert der Strom sein Vorzeichen, so hat die Spannung immer betragsmäßig ihr Maximum erreicht; der Ladevorgang ist beendet und es beginnt der Entladevorgang.

Gib den zeitlichen Verlauf der Kondensatorspannung $u_c(t)$ *begründet an*, wenn für den Kondensatorstrom $i_c(t) = \hat{i} \cdot \cos(\omega \cdot t)$ gilt!

1

Soll der Strom seine Maxima um 90° vor der Spannung haben, so muss die Spannungskurve um 90° bzw. $\frac{\pi}{2}$ gegenüber der Stromkurve nach rechts verschoben sein. Mathematisch muss also

vom Argument der gegebenen Stromfunktion der Winkel $\frac{\pi}{2}$ (im Bogenmaß, da $\omega \cdot t$ im Bogen-

1

maß angegeben wird) subtrahiert werden. Es gilt dann: $u_c(t) = \hat{u} \cdot \cos(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t)$.

1.3 Für den kapazitiven Widerstand gilt die Formel: $R_c = \frac{1}{\omega \cdot C}$.

Leite diese Formel begründet her!

Für die Stromstärke gilt (s.o.):

$$(1) \quad i_c(t) = \hat{i} \cdot \cos(\omega \cdot t).$$

Allgemein gilt für die Stromstärke (q ist die Ladung):

$$(2) \quad i(t) = \dot{q}(t).$$

Für die Spannung gilt (s.o.):

$$(3) \quad u_c(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t).$$

1

1

Leistungsfach Physik 12/2 Klausur Nr. 2

Allgemein gilt für die Spannung (C ist die Kapazität des Kondensators):

$$(4) \quad C = \frac{q(t)}{u(t)}.$$

1

Aus (4) folgt:

$$(5) \quad q(t) = C \cdot u(t).$$

Aus (2) folgt, dass $q(t)$ eine Stammfunktion von $i(t)$ sein muss. Es folgt also aus (1):

2

$$(6) \quad q(t) = \frac{1}{\omega} \cdot \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t).$$

Aus (5), (3) und (6) folgt:

1

$$(7) \quad C \cdot \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \frac{1}{\omega} \cdot \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t). \text{ Hieraus folgt die Behauptung:}$$

1

$$(8) \quad R_C = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{1}{\omega \cdot C}.$$

Aufgabe 2: Die reale Spule

2.1 Erläutere und deute das Schirmbild des Oszilloskops!

Dargestellt werden der Spannungsverlauf an der Spule und der Spannungsverlauf am Arbeitswiderstand. Nach $U = R \cdot I$ stellt der Spannungsverlauf am Arbeitswiderstand aber ebenso den Stromverlauf durch die Spule dar. Man sieht also die Wechselspannung $u_L(t)$, die dem Wechselstrom $i_L(t)$ um einen bestimmten Winkel vorausleitet. Die Kurve mit der höheren Amplitude stellt somit die Spannung an der Spule dar, aufgenommen durch Kanal I und die andere Kurve den Spulenstrom, aufgenommen durch Kanal II.

4

Für eine ideale Spule gilt: Die Spannung eilt dem Strom voraus, da die periodische Spannungsänderung an der Spule in ihr eine periodische Selbstinduktion hervorruft. Nach der Lenzschen Regel wirkt der Selbstinduktionsstrom dem erzeugenden Strom entgegen und hemmt diesen, solange die Spannung steigt. Der Spulenstrom kann also erst nachdem die Spannung ihren Maximalwert erreicht hat selbst ihren Maximalwert erreichen. Baut sich die angelegte Spannung hingegen ab, entsteht ein Induktionsstrom, der das Weiterfließen des verursachenden Stromes fördert. Der Spulenstrom erreicht also erst nach der Spannung ihren 0-Wert. Da der Induktionsstrom seiner Ursache entgegenwirkt, ist der Spulenstrom negativ, solange die Spannung von ihrem Minimalwert auf ihren Maximalwert steigt (positive Steigung). Der Strom ist dagegen positiv, solange die Spannung von ihrem Maximalwert auf ihren Minimalwert fällt (negative Steigung). Maxima und Minima bei der Spannung bedeuten, dass sich die Stromrichtung ändern muss. Dies sind die Nulldurchgänge der Stromkurve. Nulldurchgänge der Spannung bedeuten, dass sich das Magnetfeld umpolt, der Strom ist betragsmäßig maximal, der Induktionsstrom ändert gerade seine Richtung. Eine reale Spule hat einen nicht zu vernachlässigen Widerstand. Da beim Widerstand keine Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung vorliegt, ist bei einer realen Spule die Phasenverschiebung auch entsprechend kleiner als 90° .

4

2.2 Bestimme aus dem Schirmbild die Frequenz f und die Scheitelwerte \hat{u} und \hat{i} !

Die Periodenlänge der Spannungskurve beträgt auf dem Bildschirm ca. 10 cm. Die Periodendauer ist dann $T = 10 \cdot 0,5ms = 5ms$. Da die Frequenz der Kehrwert hiervon ist, gilt:

3

$$f = \frac{1}{5ms} = 200Hz.$$

2

Für die Scheitelspannung misst man ca. 3,8 cm. Es folgt also: $\hat{u} = 3,8 \cdot 2V = 7,6V$.

Leistungsfach Physik 12/2 Klausur Nr. 2

2

Für den Scheitelstrom misst man ca. 1,1 cm. Es folgt also: $\hat{i} = \frac{1,1 \cdot 0,1V}{100\Omega} = 1,1mA$.

2.3 *Bestimme* aus dem Schirmbild die Phasenverschiebung φ in Grad und im Bogenmaß und *formuliere* hiermit die Funktionsgleichungen für $u(t)$ und $i(t)$!

3

Die Phasenverschiebung beträgt nicht 90° , sondern ist um ein Stück nach links verschoben. Dieses Stück misst ca. 0,5 cm. Horizontal bedeuten 5 cm auf dem Bildschirm 180° . 0,5 cm bedeuten also 18° . Die Phasenverschiebung beträgt damit: $\varphi = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$.

1

Für die Spannung gilt somit: $u(t) = 7,6V \cdot \sin(\omega \cdot t)$.

1

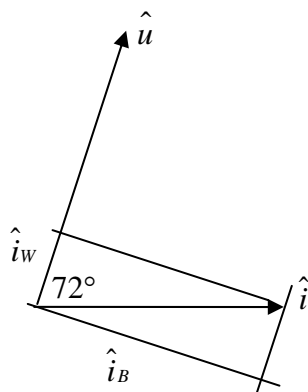
Da 72° im Bogenmaß $0,4 \cdot \pi$ entspricht ($\frac{x}{72^\circ} = \frac{2 \cdot \pi}{360^\circ}$), gilt für den Strom:

1

$i(t) = 1,1mA \cdot \sin(\omega \cdot t - 0,4 \cdot \pi)$.

2.4 *Zeichne* zur Phasenverschiebung $\varphi = 72^\circ$ ein Zeigerdiagramm für die reale Spule* mit $\hat{u} = 7,6V$ und $\hat{i} = 1,1mA$ und *berechne* die Wirk-, Blind- und Scheinleistung der Spule! [* Der zusätzlich in Reihe geschaltete Widerstand R_A wird hierbei nicht mit betrachtet.]
Erläutere dein Vorgehen!

Für diese Zeichnung kann 0,5cm für 1V und 3cm für 1mA gewählt werden. Da die Spannung dem Strom vorseilt, sollte man zuerst den Stromzeiger zeichnen und dazu unter 72° den Spannungszeiger. Eine Wirkleistung liegt vor, wenn Strom und Spannung in Phase, also parallel zueinander sind. Eine Blindleistung liegt vor, wenn beide Zeiger orthogonal zueinander liegen. also zerlegt man den Stromzeiger in eine Komponente, die parallel zum Spannungszeiger liegt, und in eine, die senkrecht zu ihm steht. Mit Hilfe der trigonometrischen Funktionen lassen sich dann die einzelnen Leistungen berechnen. Es gilt:



$$\cos(72^\circ) = \frac{\hat{i}_W}{\hat{i}} \Leftrightarrow \hat{i}_W = \hat{i} \cdot \cos(72^\circ)$$

$$\sin(72^\circ) = \frac{\hat{i}_B}{\hat{i}} \Leftrightarrow \hat{i}_B = \hat{i} \cdot \sin(72^\circ)$$

Wirkleistung:

$$P = \frac{\hat{u} \cdot \hat{i}_W}{2} = \frac{7,6V \cdot 1,1mA \cdot \cos(72^\circ)}{2} \approx 1,29mW$$

Blindleistung:

$$Q = \frac{\hat{u} \cdot \hat{i}_B}{2} = \frac{7,6V \cdot 1,1mA \cdot \sin(72^\circ)}{2} \approx 3,98mW$$

Für die Scheinleistung ergibt sich: $S = \frac{\hat{u} \cdot \hat{i}}{2} = \frac{7,6V \cdot 1,1mA}{2} \approx 4,18mW$.

Probe: $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1,29^2 + 3,98^2} mW \approx 4,18mW$.

2

2

2

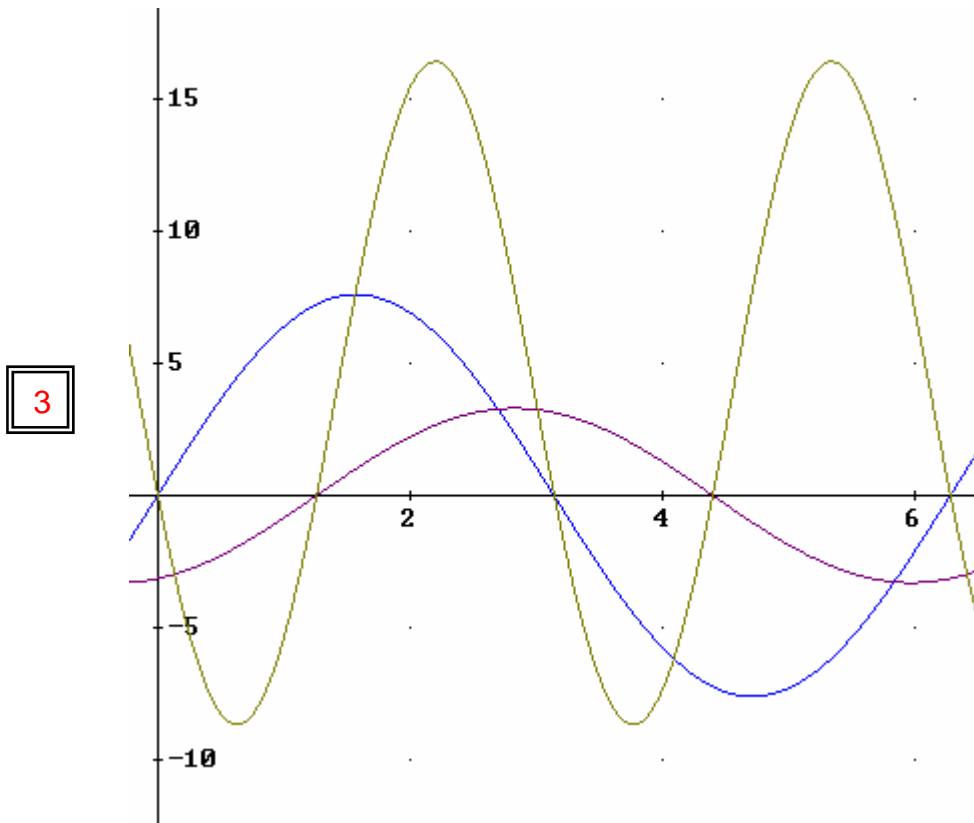
2

Leistungsfach Physik 12/2 Klausur Nr. 2

2.5 Skizziere qualitativ den zeitlichen Verlauf der Momentanleistung $p_L(t)$ bei einer Phasenverschiebung φ mit $0^\circ < \varphi < 90^\circ$!

Erläutere den Graphen bezüglich der unterschiedlichen Leistungsbegriffe!

$p_L(t) = u_L(t) \cdot i_L(t)$ kann man mit den Daten aus den vorangegangenen Betrachtungen vom GTR zeichnen lassen und dann eine entsprechende Skizze anfertigen.



4

Der zeitliche Mittelwert der Leistung ist nicht 0 sondern positiv. Die reale Spule besitzt also eine Wirkleistung. Die Spule entnimmt dem Kreis Energie (Bereiche über der t-Achse) und gibt Energie an den Kreis zurück (Bereiche unter der t-Achse). Sie entnimmt mehr Energie als sie zurückgibt, also besitzt sie eine Wirkleistung (Umsetzung in Wärme). Einen Teil der entnommenen Energie gibt sie aber auch zurück, also besitzt sie auch eine Blindleistung. Die Blindleistung wäre der zeitliche Mittelwert der Anteile unter der t-Achse, die Wirkleistung der zeitliche Mittelwert der Anteile über der t-Achse, vermindert um den Mittelwert der Anteile unter der t-Achse. Die Scheinleistung wäre die Hälfte des Produkts der Spitzenwerte von Spannung und Strom, so, als gäbe es keine Phasenverschiebung.

Aufgabe 1: 27 P.
Aufgabe 2: 36 P.
Bonus wegen Überlänge: 07 P.

56 P. entspricht 100 %

=====