Abitur 2009	**Physik**	**2. Klausur**	**Hannover, 07.05.2008**
© arei	**LK**	**2. Semester**	**Bearbeitungszeit: 90 min**

Thema: Schwingung eines Hohlkörpers

1. Aufgabe

In einem Hohlkörper befindet sich ein Magnet (Abb.1). In seiner *„Ruhelage“* schwebt der Hohlkörper in der unbekannten Flüssigkeit der Dichte ρ und besitzt die Eintauchtiefe h.
Drückt man ihn um die Strecke y_0 nach unten und lässt ihn dann los, so zeichnet das Voltmeter die Spannung $u(t)$ auf (Abb.2).

(1) Deute die hier angewandte Messmethode und stelle einen Bezug zwischen dem Messgraphen (Abb.2) und der Bewegung des Hohlkörpers her!

(2) Bestimme aus dem Messgraphen (Abb.2) den funktionalen Zusammenhang für den Verlauf der positiven Amplitudenwerte $\hat{u}(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t ! Bestimme die vollständige Gleichung der im Messgraphen (Abb.2) dargestellten Kurve!

(3) Bestimme die Halbwertzeit der Hohlkörperschwingung mit Herleitung!

(4) Für die Eintauchtiefe h des ruhenden Hohlkörpers gilt: $h = \frac{g \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}$, wobei g die Fallbeschleunigung und T die Periodendauer der Hohlkörperschwingung ist.
Leite diese Formel begründet her und berechne die Eintauchtiefe h des ruhenden Hohlkörpers!

(5) Der schwingende Hohlkörper ist ein Beispiel einer gedämpften mechanischen Schwingung. Betrachte in Analogie hierzu den elektrischen Schwingkreis mit Dämpfung!
Zeichne ein Schaltbild und stelle die energetischen Vorgänge in beiden „Schwingkreisen“ vergleichend einander gegenüber!

2. Aufgabe

Von zwei Stimmgabeln der Frequenz $1700\,Hz$ wird eine durch Erwärmung verstimmt, so dass sich 10 Schwebungen innerhalb von 8 Sekunden ergeben.
Berechne die Frequenz der verstimmten Stimmgabel und die Frequenz des an- und abschwellenden Tons! Begründe deine Berechnungen!

Material zur Aufgabe

Abb.1

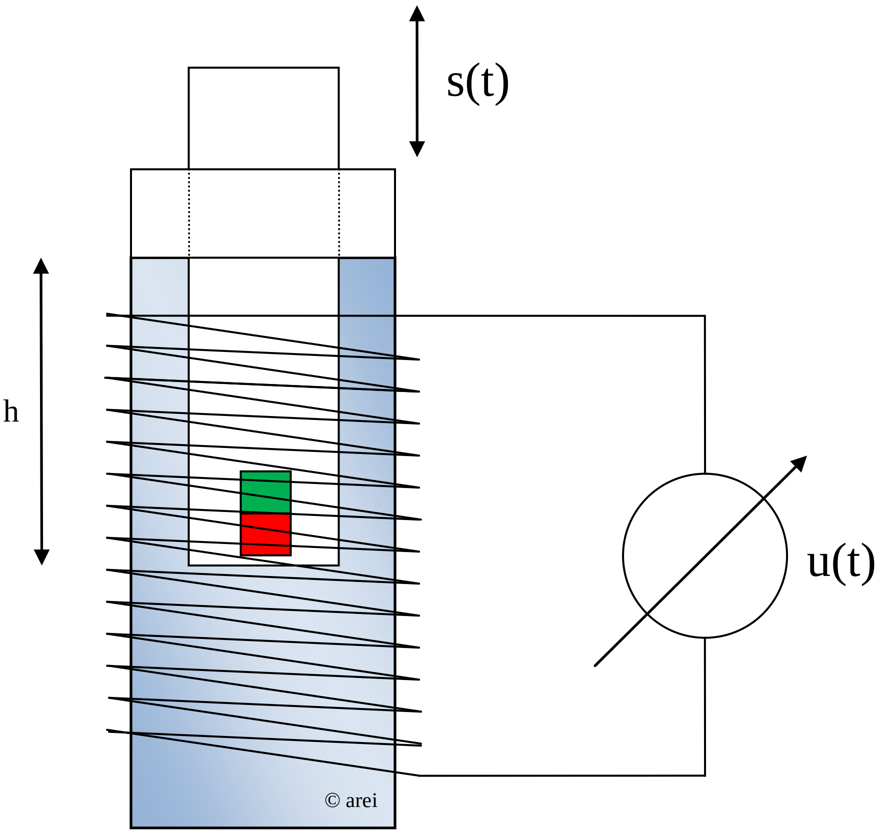
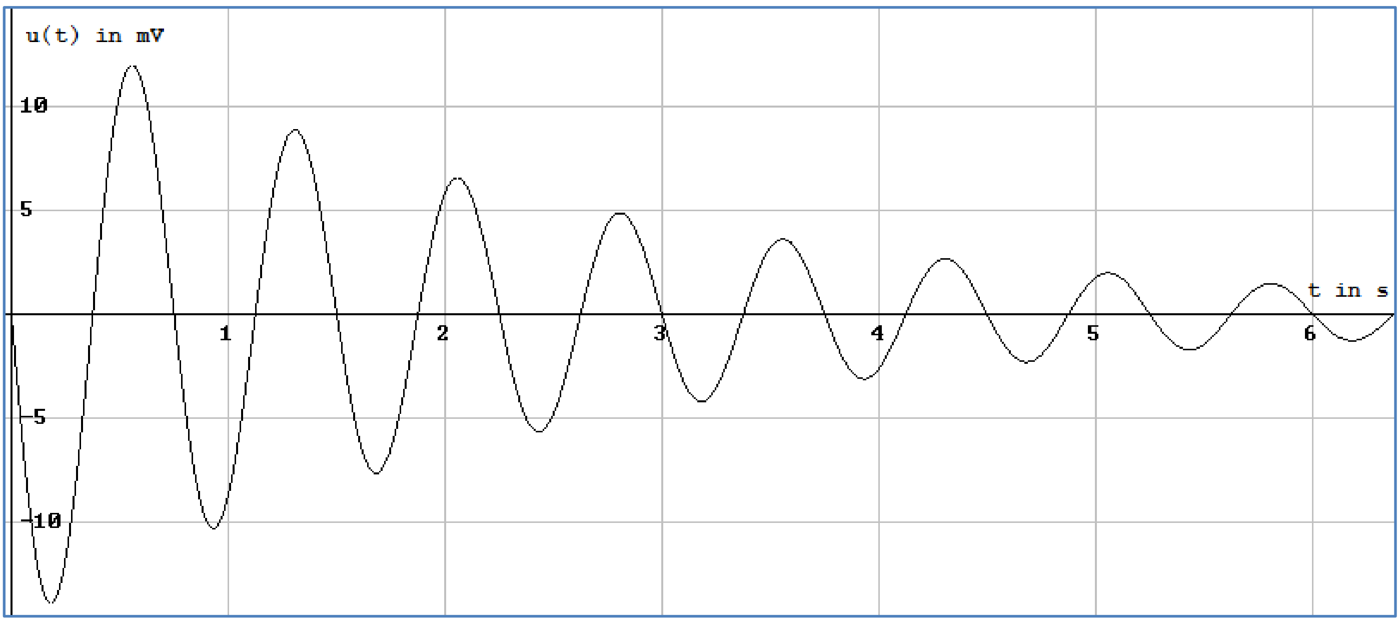


Abb.2



Lösungen

1. Aufgabe

In einem Hohlkörper befindet sich ein Magnet (Abb.1). In seiner *„Ruhelage“* schwebt der Hohlkörper in der unbekannten Flüssigkeit der Dichte ρ und besitzt die Eintauchtiefe h.

Drückt man ihn um die Strecke y_0 nach unten und lässt ihn dann los, so zeichnet das Voltmeter die Spannung $u(t)$ auf (Abb.2).

(1) Deute die hier angewandte Messmethode und stelle einen Bezug zwischen dem Messgraphen (Abb.2) und der Bewegung des Hohlkörpers her!

Bei der Auf- und Abbewegung des Hohlkörpers mit dem kleinen Magneten tritt eine (periodische) Änderung der Flussdichte B in der Spule auf. Hierdurch entsteht eine Induktionsspannung, die mit dem Spannungsmessgerät gemessen wird. Drückt man den Körper nach unten, so befindet er sich vor dem Start seiner Schwingbewegung zunächst in Ruhe, und es wird noch keine Spannung induziert. Lässt man den Körper los, so beschleunigt er nach oben und erreicht in seiner ursprünglichen Ruhelage maximale Geschwindigkeit, und die Spannungskurve erreicht ihr erstes Betragsmaximum (1.Tiefpunkt). Der Körper wird zum oberen Umkehrpunkt hin langsamer und kommt dort zur Ruhe. Im Umkehrpunkt ist die Geschwindigkeit des Magneten durch die Spule null und damit auch die gemessene Spannung. Jetzt beschleunigt der Körper nach unten und erreicht maximale Geschwindigkeit in der Ruhelage. Die gemessene Spannung ist maximal. Die Nullstellen der Kurve entsprechen also den Umkehrpunkten der Körperschwingung, die Hochpunkte den Durchgängen durch die Ruhelage von oben nach unten und die Tiefpunkte den Durchgängen durch die Ruhelage von unten nach oben.

(2) Bestimme aus dem Messgraphen (Abb.2) den funktionalen Zusammenhang für den Verlauf der positiven Amplitudenwerte $\hat{u}(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t ! Bestimme die vollständige Gleichung der im Messgraphen (Abb.2) dargestellten Kurve!

Mit $17{,}15cm \mathrel{\hat{=}} 6s$ *und* $5{,}5cm \mathrel{\hat{=}} 20mV$ *folgt für die 8 Maxima der Kurve:*

t in cm	1,6	3,8	5,9	8,1	10,2	12,3	14,4	16,6
t in s	0,56	1,33	2,06	2,83	3,57	4,30	5,04	5,81
$\hat{u}(t)$ in cm	3,3	2,4	1,8	1,3	1,0	0,7	0,5	0,4
$\hat{u}(t)$ in mV	12,00	8,73	6,55	4,73	3,64	2,55	1,82	1,45

Eine exponentielle Regression mit dem GTR liefert: $y = 0{,}01513 \cdot 0{,}66376^x$.

Umrechnung auf Basis e: $e^{-\lambda \cdot t} = 0{,}66376^{t \cdot s^{-1}} \Leftrightarrow -\lambda \cdot t = t \cdot s^{-1} \cdot \ln(0{,}66376) \Leftrightarrow \lambda = 0{,}4098 s^{-1}$.

Für die positiven Amplitudenwerte gilt somit: $\hat{u}(t) = 0{,}015V \cdot e^{-0{,}4098 s^{-1} \cdot t}$.

Hinreichend für den exponentiellen Zusammenhang ist der Nachweis, dass die logarithmierten Spannungswerte gegen die zeit aufgetragen auf einer (fallenden) Geraden liegen. Der GTR liefert hierzu die Gleichung: $y = -0{,}4098 \cdot x - 4{,}19096$.

8 volle Perioden dauern 6 Sekunden, also beträgt die Periodendauer $T = \frac{6}{8}s = 0{,}75s$.

Für die Gleichung der Messkurve gilt damit: $u(t) = -15mV \cdot e^{-0{,}4098 s^{-1} \cdot t} \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi}{0{,}75s} \cdot t)$.

(3) Bestimme die Halbwertzeit der Hohlkörperschwingung mit Herleitung!

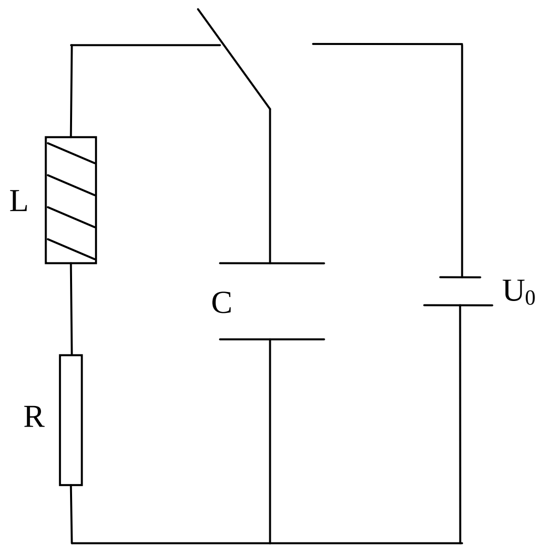
Nach der Zeit t_H ist ein beliebig wählbarer Anfangswert auf seine Hälfte abgesunken:
$\frac{1}{2}\cdot\hat{u}(0)=\hat{u}(0)\cdot e^{-\lambda\cdot t_H} \Leftrightarrow \frac{1}{2}=e^{-\lambda\cdot t_H} \Leftrightarrow \ln(1)-\ln(2)=-\lambda\cdot t_H \Leftrightarrow t_H=\frac{\ln(2)}{\lambda}$. *Mit* $\lambda=0,4098s^{-1}$ *folgt:* $t_H\approx 1,69s$.

(4) Für die Eintauchtiefe h des ruhenden Hohlkörpers gilt: $h=\frac{g\cdot T^2}{4\cdot\pi^2}$, wobei g die Fallbeschleunigung und T die Periodendauer der Hohlkörperschwingung ist.
Leite diese Formel begründet her und berechne die Eintauchtiefe h des ruhenden Hohlkörpers!

Im Ruhezustand ist der Körper um die Eintauchtiefe h eingetaucht, Gewichtskraft und Auftriebskraft sind gleich. Der Auftrieb ist so groß wie die Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit. A sei die Querschnittsfläche des Körpers, m seine Masse und ρ die Dichte der verdrängten Flüssigkeit. Es gilt:
$F_G=F_A \Leftrightarrow m\cdot g=h\cdot A\cdot\rho\cdot g \Leftrightarrow m=h\cdot A\cdot\rho$.
Die rücktreibende Kraft ist die Veränderung der Auftriebskraft, wenn der Körper nicht in seiner Ruhelage ist. Die Richtung der rücktreibenden Kraft ist der Richtung der y-Achse stets entgegengesetzt, deshalb gilt:
$F_R=-\rho\cdot g\cdot A\cdot y=-D\cdot y \Rightarrow D=\rho\cdot g\cdot A$.*Für die Richtgröße gilt bei harmonischen Schwingungen:*
$D=m\cdot\omega^2=m\cdot(\frac{2\cdot\pi}{T})^2$. *Zusammen folgt:* $\rho\cdot g\cdot A=m\cdot(\frac{2\cdot\pi}{T})^2 \Leftrightarrow \frac{\rho\cdot g\cdot A\cdot T^2}{4\cdot\pi^2}=m$. *Mit der oberen Beziehung für m folgt:* $\frac{\rho\cdot g\cdot A\cdot T^2}{4\cdot\pi^2}=h\cdot A\cdot\rho \Leftrightarrow h=\frac{\rho\cdot g\cdot A\cdot T^2}{4\cdot\pi^2\cdot A\cdot\rho} \Leftrightarrow h=\frac{g\cdot T^2}{4\cdot\pi^2}$.

Mit $T=\frac{6}{8}s=0,75s$ *(s.o.) folg:* $h\approx 0,14m=14cm$.

(5) Der schwingende Hohlkörper ist ein Beispiel einer gedämpften mechanischen Schwingung. Betrachte in Analogie hierzu den elektrischen Schwingkreis mit Dämpfung!
Zeichne ein Schaltbild und stelle die energetischen Vorgänge in beiden „Schwingkreisen“ vergleichend einander gegenüber!



Der Kondensator wird geladen und speichert in seinem elektrischen Feld die Energie $\frac{1}{2}CU_0^{\ 2}$. *Dieser Vorgang entspricht dem Runterdrücken des Körpers aus der Ruhelage um die Strecke y_0. Dadurch erhält der Körper die potentielle Energie* $\frac{1}{2}Dy_0^{\ 2}$ *mit* $D=\rho\cdot g\cdot A$ *(s.o.). Der Kondensator entlädt sich jetzt über die Spule und den Widerstand. Ein Teil seiner elektrischen Energie wird in magnetische Energie der Spule* $\frac{1}{2}Li_0^{\ 2}$ *umgewandelt, der Rest wird als Wärme an die Umgebung durch den Wirkwiderstand der Schaltung abgegeben. Auf den schwingenden Körper bezogen bewegt sich dieser nach oben und erreicht beim Durchgang durch die Ruhela-*

ge maximale kinetische Energie $\frac{1}{2}mv_0^{\ 2}$ *. Ein Teil der potentiellen Energie wird auch hier durch die Dämpfung in Form von Wärme an die Umgebung abgegeben (Reibung in der Flüssigkeit, Bewegung der sigkeitsteilchen). Durch die Induktivität der Spule bzw. durch die Massenträgkeit des Körpers wird der Kondensator jetzt gegenpolig aufgeladen bzw. schwingt der Körper aus der Flüssigkeit heraus. Beide teme erhalten wieder maximale potentielle Energie und haben Energie in Form von Wärme abgegeben. Hiernach wiederholen sich die Prozesse in die jeweils andere Richtung. Bei ständiger Abgabe von Wärmeenergie erreichen beide Systeme schließlich Stillstand.*

2. Aufgabe

Von zwei Stimmgabeln der Frequenz $1700\,Hz$ wird eine durch Erwärmung verstimmt, so dass sich 10 Schwebungen innerhalb von 8 Sekunden ergeben.
Berechne die Frequenz der verstimmten Stimmgabel und die Frequenz des an- und abschwellenden Tons! Begründe deine Berechnungen!

10 Schwebungen innerhalb von 8 Sekunden bedeutet eine Schwebungsfrequenz von $f_S = \frac{10}{8}Hz = 1{,}25Hz$ *. Die Modulationsfrequenz ist nur halb so groß, also* $f_M = \frac{1}{2}f_S = 0{,}625Hz = \frac{1700Hz - f_2}{2} \Rightarrow f_2 = 1698{,}75Hz$ *. Die verstimmte Stimmgabel hat die Frequenz 1698,75 Hz.*
Der an- und abschwellende Ton ergibt sich als arithmetisches Mittel beider Frequenzen, beträgt also 1699,375 Hz.