

Name: _____ BE: _____ / 77 $\hat{=}$ _____ % Note: _____ P.

1. Aufgabe: Röntgenstrahlung

- a. Skizziere den Aufbau einer Vorrichtung zur Herstellung eines gebündelten Röntgenstrahls, beschrifte ihre Bauteile und erläutere die Prozesse, die zur Erzeugung der emittierten Strahlung führen! 11 BE
- b. Begründe: Alle vier Kurven in Abb.1 wurden mit derselben Röhre aufgenommen!
Begründe die Unterschiede der vier Kurven in Abb.1 ! 9 BE
- c. Allen Kurven in Abb.1 kann ein Winkel β_{Grenz} zugeordnet werden, der die kurzwellige Grenze der Röntgenstrahlung λ_{Grenz} markiert!
Leite begründet her: $\beta_{Grenz} = \arcsin\left(\frac{h \cdot c}{2 \cdot d \cdot e \cdot U_A}\right)$! 8 BE
- h Planck'sches Wirkungsquantum
 c Lichtgeschwindigkeit
 d Netzebenenabstand des benutzten Kristalls
 e Elementarladung
 U_A Anodenspannung

2. Aufgabe: Materiewelle, Elektronenbeugung

- a. Für die Radien R der zu erwartenden beiden Beugungsringe auf dem Schirm der Elektronenbeugungsröhre in Abb.2 gilt:

$$R_i = L \cdot \tan \left(2 \cdot \arcsin \left(\frac{k \cdot h}{2 \cdot d_i \cdot \sqrt{2 \cdot e \cdot m_e \cdot U_A}} \right) \right).$$

Leite die Formel begründet her und berechne R_1 und R_2 der Beugungsringe erster Ordnung!

14 BE

- L Abstand Graphitfolie-Leuchtschirm
 k Ordnung des Beugungsbildes
 h Planck'sches Wirkungsquantum
 d_i Netzebenenabstand des Kristalls
 e Elementarladung
 m_e Ruhmasse des Elektrons
 U_A Anodenspannung

- b. Erläutere die Entstehung der Beugungsringe auf dem Schirm der Elektronenbeugungsröhre in Abb.2 !
- c. Diskutiere: Der Beugungsring mit dem größeren Radius lässt sich nicht nur der Ordnung 1 zuordnen!

6 BE

5 BE

3. Aufgabe: Interferometer, Komplementarität

- a. In Mach-Zehnder- und in Michelson-Interferometern werden Strahlteiler benutzt. Unter der Voraussetzung, dass jeweils beide miteinander interferierenden Wellen exakt gleiche Strecken von der Quelle bis zum Schirm durchlaufen müssen, kommt es dennoch zum Phasenunterschied beider Wellen. Dies führt dazu, dass im Mach-Zehnder-Interferometer die Mitte der Interferenzfigur auf dem einen Schirm hell, aber auf dem anderen Schirm dunkel ist. Beim Michelson-Interferometer ist sie immer dunkel. Erläutere diesen Zusammenhang unter Zuhilfenahme geeigneter Skizzen!
- b. Erläutere die Begriffe Komplementarität und Quantenradierer!

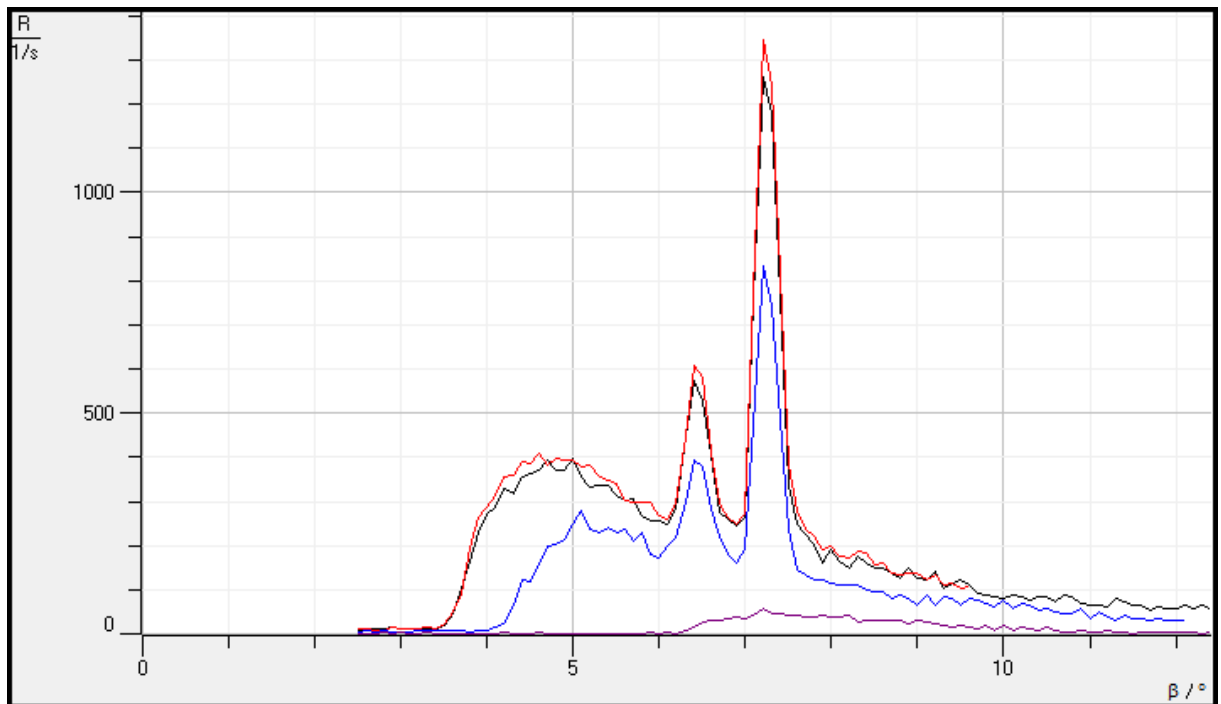
*15 BE**9 BE*

Material

1. Aufgabe

Abb.1 Röntgenspektrum

(Quelle: <http://gfs.khmeberg.de/1314/1314Kurs12Ph1e/1314Material12Ph1e/2013090412Ph1e05.png>)



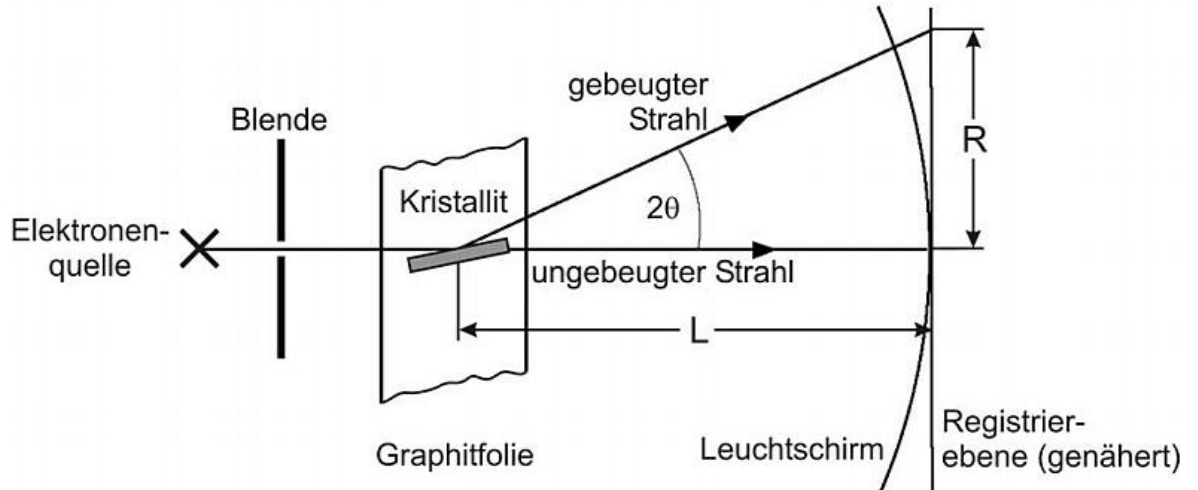
Auf der waagerechten Achse sind der Glanzwinkel β , auf der senkrechten Achse die Zählrate R dargestellt.

Das Röntgenspektrum wurde mit der Drehkristallmethode aufgenommen.

2. Aufgabe

Abb.2 Schematische Darstellung der Elektronenbeugung

(Quelle: <http://www.uni-marburg.de/>)



Abstand Graphitfolie-Leuchtschirm

$$L = 14\text{cm}$$

Netzebenen-Abstände Graphit

$$d_1 = 123\text{pm}, d_2 = 213\text{pm}$$

Anodenspannung der Elektronenquelle

$$U_A = 5\text{kV}$$

Lösungen

1. Aufgabe: Röntgenstrahlung, h -Bestimmung

- a. Skizziere den Aufbau einer Vorrichtung zur Herstellung eines gebündelten Röntgenstrahls, beschrifte ihre Bauteile und erläutere die Prozesse, die zur Erzeugung der emittierten Strahlung führen!
- Skizze einer Röntgenröhre (Lehrbuch!) mit Bezeichnungen: Anode, Glühwendel/Katode, Anodenspannung U_A , Heizspannung U_H , Blenden für die Bündelung
 - Prozesse: Wechselwirkung der Elektronen mit dem Anodenmaterial
 - Umwandlung in Schwingungsenergie des Atomgitters \rightarrow Wärmestrahlung
 - Wechselwirkung mit der Atomhülle: Absorption und Emission durch die Atome der Anode \rightarrow (diskrete) Charakteristische Strahlung
 - Wechselwirkung mit den Atomkernen: Abbremsung (Verlust kinetischer Energie) durch Annäherung an die Kerne \rightarrow (kontinuierliche) Bremsstrahlung
- b. Begründe: Alle vier Kurven in Abb.1 wurden mit derselben Röhre aufgenommen!

Die beiden Peaks aller 4 Kurven liegen an den gleichen Stellen (gleiche Winkel). Sie sind das charakteristische Merkmal des Anodenmaterials (Charakteristische Strahlung).

Begründe die Unterschiede der vier Kurven in Abb.1 !

Die unterschiedlichen Höhen kommen durch unterschiedlich hohe Anodenspannungen zustande. Mit steigender Anodenspannung steigt auch die Zählrate R , da mehr und energiereichere Elektronen an der WW teilnehmen. Der unterschiedliche Beginn der Kurven hängt ebenfalls von unterschiedlichen Anodenspannungen ab. Wird die im Beschleunigungsfeld zwischen Katode und Anode aufgenommene Energie $e \cdot U_A$ komplett in ein Photon umgesetzt, so gilt: $e \cdot U_A = h \cdot \frac{c}{\lambda_{\min}}$. Zu λ_{\min} gehört der Glanzwinkel β_{\min} .

- c. Allen Kurven in Abb.1 kann ein Winkel β_{Grenz} zugeordnet werden, der die kurzwellige Grenze der Röntgenstrahlung λ_{Grenz} markiert!

Leite begründet her: $\beta_{\text{Grenz}} = \arcsin\left(\frac{h \cdot c}{2 \cdot d \cdot e \cdot U_A}\right)$!

Für die kurzwellige Grenze gilt $e \cdot U_A = h \cdot \frac{c}{\lambda_{\min}}$, da die im Beschleunigungsfeld zwischen Katode und Anode aufgenommene Energie $e \cdot U_A$ komplett in ein Photon umgesetzt wird. $\Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_A}$. Für die Drehkristallmethode ist die Bragg-Gleichung anzuwenden: $k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\beta)$

$$\Rightarrow \frac{h \cdot c}{e \cdot U_A} = 2 \cdot d \cdot \sin(\beta_{\text{Grenz}}) \Rightarrow \beta_{\text{Grenz}} = \arcsin\left(\frac{h \cdot c}{2 \cdot d \cdot e \cdot U_A}\right).$$

2. Aufgabe: Materiewelle, Elektronenbeugung

- a. Für die Radien R der zu erwartenden beiden Beugungsringe auf dem Schirm der Elektronenbeugungsröhre in Abb.2 gilt:

$$R_i = L \cdot \tan \left(2 \cdot \arcsin \left(\frac{k \cdot h}{2 \cdot d_i \cdot \sqrt{2 \cdot e \cdot m_e \cdot U_A}} \right) \right).$$

Leite die Formel begründet her und berechne R_1 und R_2 der Beugungsringe erster Ordnung!

Für die Beugung an Kristallen gilt die Bragg-Gleichung $k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\theta) \Rightarrow \theta = \arcsin\left(\frac{k \cdot \lambda}{2 \cdot d}\right) \Rightarrow R = L \cdot \tan\left(2 \cdot \arcsin\left(\frac{k \cdot \lambda}{2 \cdot d}\right)\right)$. Für Materiewellen gilt: $\lambda = \frac{h}{p}$. Für den

Impuls gilt: $p = m \cdot v$. Für das mit U_A beschleunigte Elektron gilt: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_A}{m_e}} \Rightarrow \lambda =$

$$\frac{h}{m_e \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_A}{m_e}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot m_e \cdot U_A}}. \text{ Insgesamt folgt jetzt:}$$

$$R = L \cdot \tan \left(2 \cdot \arcsin \left(\frac{k \cdot h}{2 \cdot d \cdot \sqrt{2 \cdot e \cdot m_e \cdot U_A}} \right) \right).$$

Mit $k = 1$ und d_1 folgt: $R_1 \approx 2,0 \text{ cm}$. Mit $k = 1$ und d_2 folgt $R_2 \approx 1,14 \text{ cm}$.

- b. Erläutere die Entstehung der Beugungsringe auf dem Schirm der Elektronenbeugungsröhre in Abb.2 !

Die Elektronen werden an einem Kristallgitter gemäß der Bragg-Beugung gebeugt. (Skizze wie im Lehrbuch ist hier sinnvoll.) Hierbei entstehen zu jedem der beiden d -Werte zwei diametral zueinander liegende Punkte auf jeweils einem der Ringe. Da die Beugung an Kristallpulver erfolgt, gibt es zu jeder räumlichen Winkellage genügend viele Beugungskristalle, die den Glanzwinkel für einen der d -Werte erfüllen. So, als würde man einen Handspiegel, der von einem Strahl unter dem Winkel β zur optischen Achse angestrahlt wird, um die die optische Achse drehen. Der reflektierte Strahl würde dann unter Beibehaltung des Winkels β mitgedreht werden und sich auf einem Kreiskegelmantel bewegen.



- c. Diskutiere: Der Beugungsring mit dem größeren Radius lässt sich nicht nur der Ordnung 1 zuordnen!

$R_2 \approx 1,14 \text{ cm}$ gehört zu d_2 und $k = 1$. Wählt man zu $d_2 = 213 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ den Wert $k = 2$, so ergibt sich $R_2' \approx 2,30 \text{ cm}$. Dieser Ring ist nur etwas größer als der Ring mit dem Radius R_1 , so dass beide Ringe ineinander übergehen. Der Ring mit dem Radius $R_2' \approx 2,30 \text{ cm}$ ist intensivärer, so dass diese Doppeldeutigkeit in der Regel wohl unentdeckt bleibt.

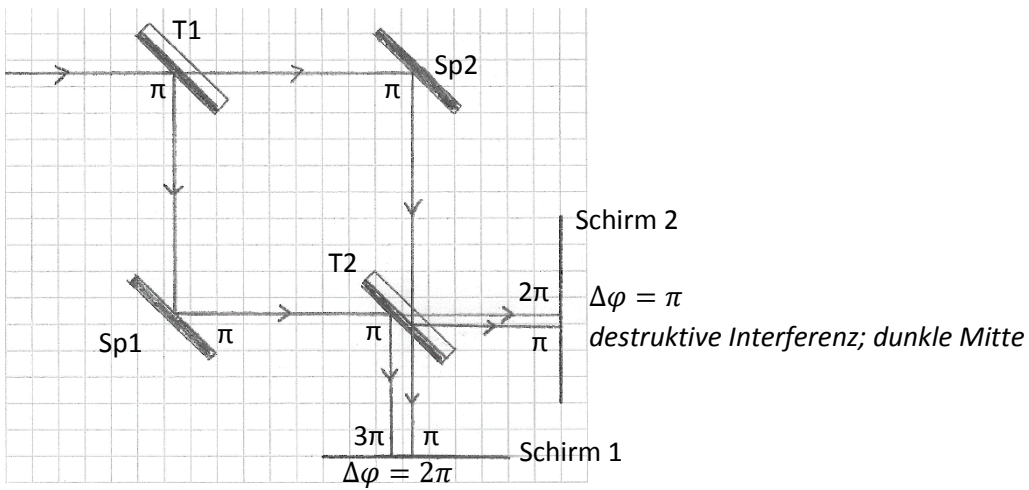
3. Aufgabe: Interferometer, Komplementarität

- a. In Mach-Zehnder- und in Michelson-Interferometern werden Strahlteiler benutzt. Unter der Voraussetzung, dass jeweils beide miteinander interferierenden Wellen exakt gleiche Strecken von der Quelle bis zum Schirm durchlaufen müssen, kommt es dennoch zum Phasenunterschied beider Wellen. Dies führt dazu, dass im Mach-Zehnder-Interferometer die Mitte der Interferenzfigur auf

dem einen Schirm hell, aber auf dem anderen Schirm dunkel ist. Beim Michelson-Interferometer ist sie immer dunkel. Erläutere diesen Zusammenhang unter Zuhilfenahme geeigneter Skizzen!

Die Ursache dieser Phänomene liegt in den Strahlteilern. Ein Strahlteiler ist z.B. eine Glasplatte, die auf einer Seitenfläche durch eine sehr dünne Metallschicht verspiegelt wurde. Das Licht kann also an der Grenzfläche Luft-Teiler oder an der Grenzfläche Teiler-Luft reflektiert werden. Das Auftreffen auf die Grenzfläche Luft-Teiler ist eine Reflexion am festen Ende und geschieht mit einer Phasensprung von π . Trifft das Licht auf die Grenzfläche Teiler-Luft, so wird es an einem losen Ende ohne Phasensprung reflektiert.

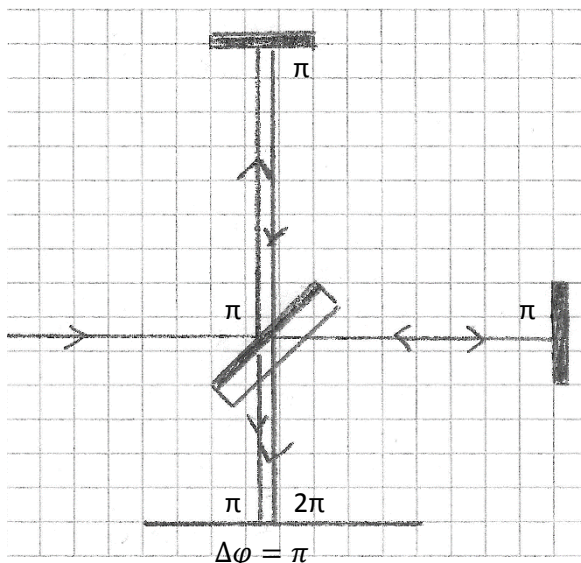
Skizze Mach-Zehnder



konstruktive Interferenz; helle Mitte

Egal, welche beschichtete Seite der Teiler in welche Richtung zeigt; es ergibt sich immer auf dem einen Schirm eine Phasendifferenz von $\Delta\varphi = 2\pi$, und damit eine konstruktive Interferenz mit heller Mitte. Für den anderen Schirm ergibt sich immer eine Phasendifferenz von $\Delta\varphi = \pi$, und damit eine destruktive Interferenz mit dunkler Mitte. (Diese Beobachtung/Deutung erfüllt auch das Energieprinzip.)

Skizze Michelson



destruktive Interferenz: dunkle Mitte

Bei exakt gleichen geometrischen Strecken ergeben sich auf dem einen Weg immer 2 Phasensprünge, auf dem anderen Weg nur einer. Damit ist $\Delta\varphi = \pi$ und die Wellen löschen sich im Zentrum aus. Die Mitte der Interferenzfigur ist unter den genannten Bedingungen also dunkel.

b. Erläutere die Begriffe Komplementarität und Quantenradierer!

Die „Welcher-Weg-Information“ und die „Beobachtung von Interferenzen“ schließen sich gegenseitig aus. Führt man z.B. einen Doppelspaltversuch mit Elektronen (Quantenobjekten) durch, die nacheinander durch den Doppelspalt abgeschossen werden, so hat jedes Quantenobjekt zwei Möglichkeiten zum Schirm zu gelangen: durch den einen oder den anderen Spalt. Die Frage nach dem gewählten Weg ist bereits unzulässig, denn beide Weg-Möglichkeiten überlagern sich in einer „Superposition aller Möglichkeiten“ in der beobachteten Interferenzfigur. Beobachtet man aber das Quantenobjekt und gewinnt damit Informationen des gewählten Weges, so sind keine Interferenzen mehr beobachtbar; die Objekte verhalten sich wie klassische, also determinierte, Teilchen.

Gelingt es, die durch Messung gewonnene „Welcher-Weg-Information“ vor dem Auftreffen auf dem Beobachtungsschirm zu löschen, so sind die Interferenzfiguren wieder sichtbar. Experimente dieser Art bezeichnet man als „Quantenradierer“.