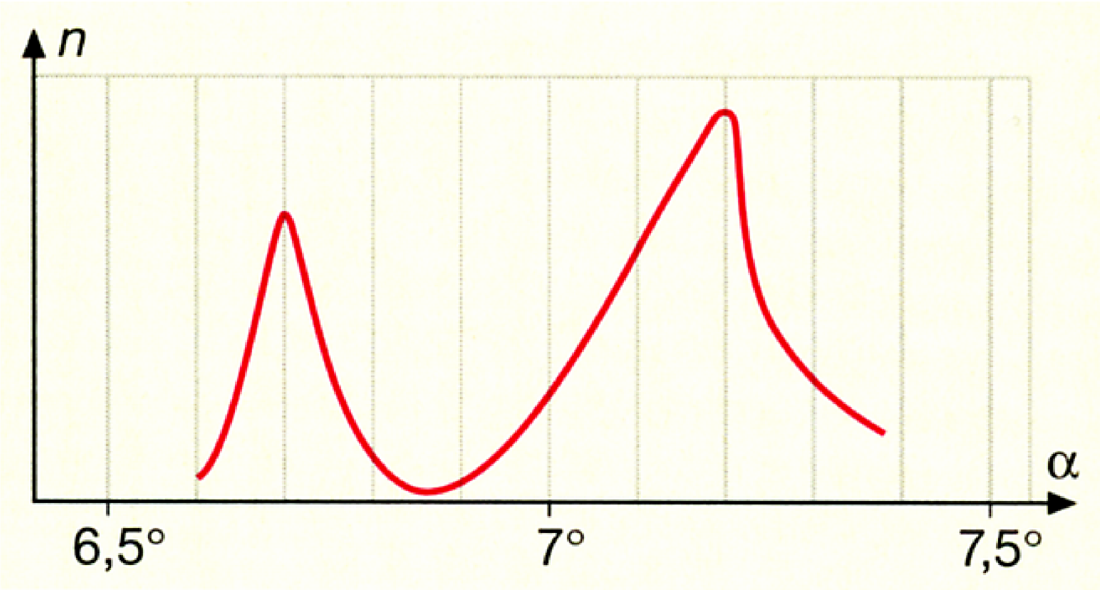
Leistungsfach Physik 13/2 Klausur

Aufgabe 1: *Comptoneffekt*

Untersucht man die unter dem Streuwinkel 120° gestreute Röntgenstrahlung mit der Wellenlänge $\lambda = 48 \cdot 10^{-12}\ m$ nach dem Bragg'schen Verfahren, so ergibt sich die Intensitätsverteilung in der folgenden Abbildung.



a) Zeichne und beschreibe einen Versuchsaufbau, mit dem das dargestellte Diagramm aufgenommen werden kann und erkläre die genutzten physikalischen Phänomene!

b) Aus den Daten des Versuchs lässt sich die Planck'sche Konstante h bestimmen. Leite hierzu die folgende Formel begründet her!

$$h = \frac{\lambda \cdot m_0 \cdot c \cdot (\frac{\sin(\alpha_2)}{\sin(\alpha_1)} - 1)}{1 - \cos(\varphi)}$$

Hierbei sind α_1 und α_2 ($\alpha_1 < \alpha_2$) die gemessenen Glanzwinkel und m_0 die Ruhmasse des Elektrons.

c) Berechne h und die prozentuale Abweichung vom Literaturwert!

d) Berechne die Energie und den Impuls der Photonen vor und nach der Streuung sowie den Impuls der Elektronen nach der Streuung!

Aufgabe 2: *Unschärfeprinzip*

In einer Fernsehbildröhre werden Elektronen zunächst mit der Spannung $U = 2{,}0 \cdot 10^4 V$ beschleunigt. Sie verlassen die Elektronenkanone in einem Elektronenbündel mit dem Durchmesser $d_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-4} m$; man kann daher von einem Elektronenstrahl sprechen.

a) Berechne den Impuls p, den die Elektronen beim Verlassen der Elektronenkanone haben! Verwende dazu die relativistische Beziehung zwischen kinetischer Energie W_k und Impuls p: $W_k = \sqrt{(m_0 c^2)^2 + p^2\ c^2}$ - $m_0 c^2$, m_0 = Ruhmasse des Elektrons!

Leistungsfach Physik 13/2 Klausur

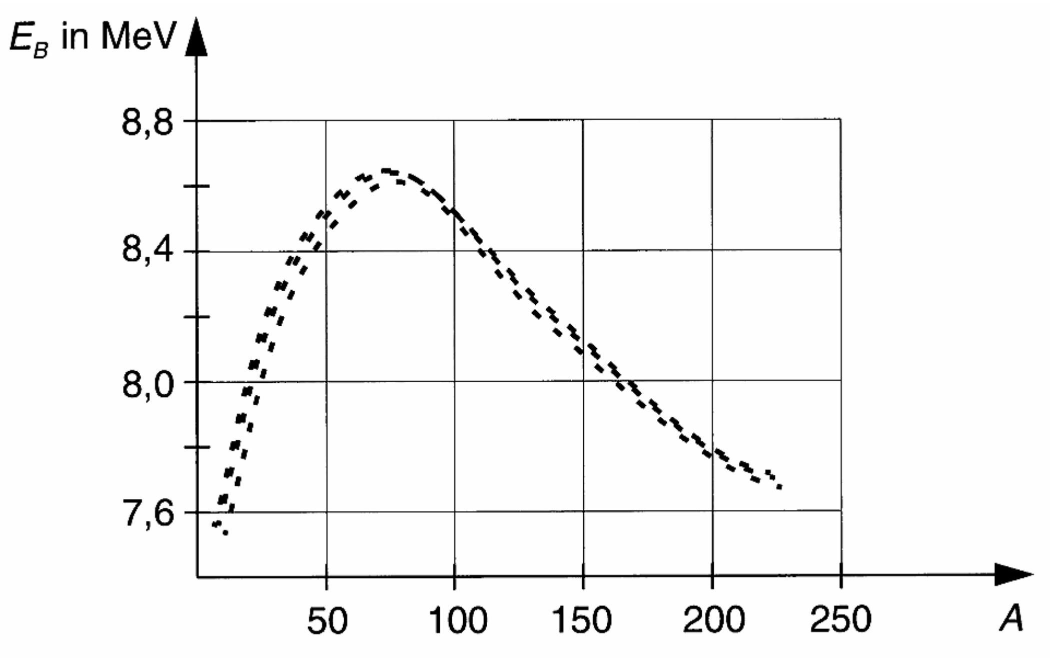
b) Berechne die Mindestunschärfe Δp_x der Impulskomponente quer zur Strahlrichtung!

c) Bis zum Auftreffen auf dem Bildschirm legen die Elektronen die Strecke $l = 0{,}35\ m$ zurück. Beim Auftreffen auf dem Bildschirm hat das Elektronenbündel den Durchmesser d_2 mit $d_2 > d_1$. Berechne die absolute Aufweitung $d_2 - d_1$ und die relative Aufweitung $\frac{d_2 - d_1}{d_1}$, die das Elektronenbündel erfahren hat! Welche Aufweitung des Elektronenstrahls ergibt sich hieraus auf einer Strecke von 100 m ?

Aufgabe3: *Bindungsenergie*

Energie kann durch Kernspaltung oder Kernfusion freigesetzt werden.

a) Erläutere den Begriff der Bindungsenergie und beide Möglichkeiten der Energiefreisetzung anhand der grafischen Darstellung, bei der die mittlere Bindungsenergie pro Nukleon E_B in Abhängigkeit von der Massenzahl A aufgetragen ist!



b) Berechne den Massendefekt und die Bindungsenergie je Nukleon für ${}^{27}_{13}Al$ aus den relativen Atommassen!

c) Eine Möglichkeit für die Uranspaltung ist die folgende:

$${}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} = {}^{94}_{40}\mathrm{Zr} + {}^{140}_{58}\mathrm{Ce} + 2 \cdot {}^{1}_{0}\mathrm{n} + 6\mathrm{e}\ .$$

Die relativen Atommassen sind:

${}^{235}_{92}\mathrm{U}$: 235,0439 ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$: 1,0087 ${}^{94}_{40}\mathrm{Zr}$: 93,9061 ${}^{140}_{58}\mathrm{Ce}$: 139,9053

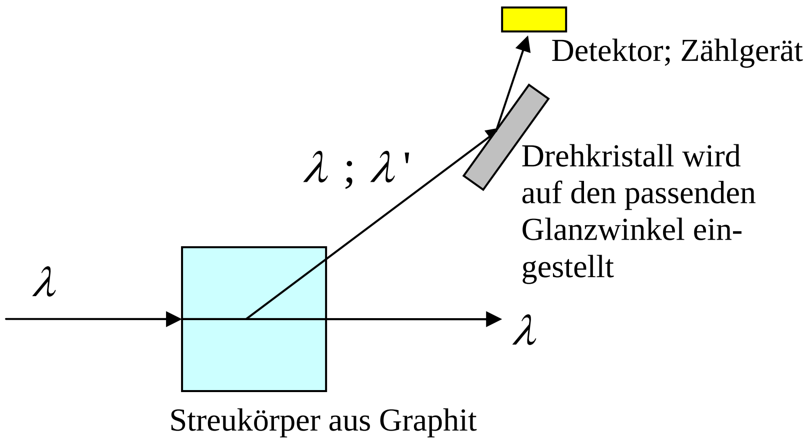
Berechne die bei dieser Reaktion freiwerdende Energie! Die sechs Elektronen müssen nicht berücksichtigt werden.

Leistungsfach Physik 13/2 Klausur

Lösungen

Aufgabe 1

a) Monochromatische Röntgenstrahlung fällt auf den Graphitblock und geht teilweise ungehindert hindurch. Ein anderer Teil wird jedoch an den Graphitelektronen gestreut und tritt unter verschiedenen Streuwinkeln wieder aus. Dabei ist zu beobachten, dass unter einem Streuwinkel φ sowohl die ursprüngliche Wellenlänge, aber auch eine etwas größere Wellenlänge gestreut wird. Es finden grundsätzlich zwei verschiedene Streuvorgänge statt. Elektronen können von der einfallenden elektromagnetischen Welle in Schwingungen versetzt werden und emittieren dann ihrerseits wieder eine elektromagnetische Welle gleicher Wellenlänge. Andererseits kann es zu einem Stoß zwischen dem Röntgenquant und dem Elektron kommen. Hierbei verliert das Photon einen Teil seines Impulses und seiner Energie an das Elektron und verlässt dementsprechend den Streublock mit niedrigerer Energie, also größerer Wellenlänge.
Mit einem Drehkristall, dessen Gitterkonstante in der Größenordnung der Röntgenwellenlänge liegt, wird die Wellenlänge der Strahlung nach Bragg bestimmt. Hierbei werden die Wellen an den Gitteratomen gestreut und interferieren unter dem Glanzwinkel α konstruktiv. Mit der so genannten Bragg'schen Gleichung lässt sich dann die Wellenlänge bestimmen.



b) Die Bragg-Gleichung lautet: $2d\sin(\alpha_1) = \lambda$. d ist die Gitterkonstante und kann aus dem Glanzwinkel α_1 und der Wellenlänge λ berechnet werden: $d = \dfrac{\lambda}{2\sin(\alpha_1)}$. Mit dem zweiten Glanzwinkel α_2 und d lässt sich die längere Wellenlänge λ' bestimmen: $2d\sin(\alpha_2) = \lambda'$.
Die Streuformel von Compton lautet: $\lambda' - \lambda = \dfrac{h}{m_{0e}c}(1-\cos(\varphi))$. Löst man nach h auf und setzt die oben genannten Beziehungen ein, ergibt sich:

$$h = \frac{(\lambda' - \lambda)m_{0e}c}{1-\cos(\varphi)} = \frac{(2d\sin(\alpha_2) - \lambda)m_{0e}c}{1-\cos(\varphi)} = \frac{\left(2\dfrac{\lambda}{2\sin(\alpha_1)}\sin(\alpha_2) - \lambda\right)m_{0e}c}{1-\cos(\varphi)}.$$

Leistungsfach Physik 13/2 Klausur

Daraus folgt dann: $h = \dfrac{(\dfrac{\lambda\sin(\alpha_2)}{\sin(\alpha_1)} - \lambda)m_{0e}c}{1-\cos(\varphi)} = \dfrac{\lambda m_{0e}c(\dfrac{\sin(\alpha_2)}{\sin(\alpha_1)} - 1)}{1-\cos(\varphi)}$

c) Setzt man die bekannten Zahlenwerte ein, so ergibt sich $h \approx 6,4885 \cdot 10^{-34}\,Js$. Unser Wert ist um ca. 2% zu klein.

d) Für die Energie der Photonen gilt $W = hf = \dfrac{hc}{\lambda}$. Damit ergibt sich für die Photonenenergie vor dem Stoß: $W = \dfrac{hc}{48 \cdot 10^{-12}m} \approx 2,5830 \cdot 10^4 eV$. Es gelten (s.o.):

$d = \dfrac{\lambda}{2\sin(\alpha_1)}$ und $2d\sin(\alpha_2) = \lambda'$ und somit: $\lambda' = 2\dfrac{\lambda}{2\sin(\alpha_1)}\sin(\alpha_2) = \lambda\dfrac{\sin(\alpha_2)}{\sin(\alpha_1)}$. Also ist $W' = \dfrac{hc}{\lambda\dfrac{\sin(\alpha_2)}{\sin(\alpha_1)}} = \dfrac{hc\sin(\alpha_1)}{\lambda\sin(\alpha_2)} = W\dfrac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} \approx 2,4045 \cdot 10^4 eV$

Für den Photonenimpuls gilt: $p = \dfrac{h}{\lambda}$. Mit der bekannten Wellenlänge ergibt sich $p = 1,3805 \cdot 10^{-23}\dfrac{kgm}{s}$. Für den Impuls der Photonen nach dem Stoß gilt (s.o.):

$p' = p\dfrac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} \approx 1,2850 \cdot 10^{-23}\dfrac{kgm}{s}$.

Im Impulsdreieck schließen p und p’ einen Winkel von 120° ein. Der Elektronenimpuls stellt die dritte Seite des Dreiecks dar. Es gilt nach dem Kosinussatz:

$p_e = \sqrt{p^2 + p'^2 - 2pp'\cos(120°)} \approx 2,3089 \cdot 10^{-13}\dfrac{kgm}{s}$.

Aufgabe 2

a) Nach Durchlaufen der Beschleunigungsspannung haben die Elektronen die kinetische Energie $W_k = eU$ erhalten. Aus $eU = \sqrt{(m_oc^2)^2 + p^2\,c^2} - m_oc^2$ folgt:

$\dfrac{1}{c}\sqrt{(eU + m_oc^2)^2 - (m_oc^2)^2} = p$. Also:

$p = \dfrac{1}{c}\sqrt{(eU)^2 + 2\mathrm{eU}m_oc^2} \approx 7,7151 \cdot 10^{-23}\dfrac{kgm}{s}$.

b) Nach Heisenberg gilt: $\triangle p_x \triangle x \geq \dfrac{h}{4\pi}$. Mit $\triangle x = d_1$ ergibt sich

$\triangle p_x \geq \dfrac{h}{4\pi d_1} \approx 5,2730 \cdot 10^{-31}\dfrac{kgm}{s}$.

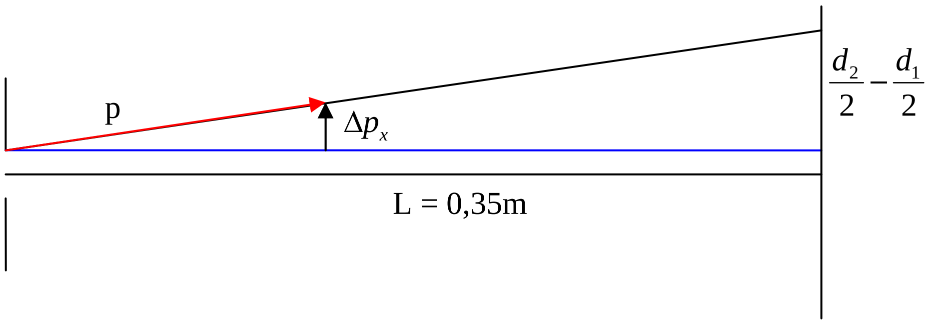
c) Die Strecke $l = 0,35\,m$ wird von den Elektronen in der Zeit $t = \dfrac{l}{v}$ zurückgelegt. Außerdem gilt $v = \dfrac{p}{m}$. m ist die relativistische Masse des Elektrons. Auf dem Schirm hat das Elektron die

Leistungsfach Physik 13/2 Klausur

Querablenkung $\frac{d_2}{2}-\frac{d_1}{2}=\triangle v_x \cdot t$ erhalten. Es gilt: $\triangle v_x = \frac{\triangle p_x}{m}$. Die Aufweitung des Elektronenstrahls ist daher: $d_2 - d_1 = 2\cdot\triangle v_x \cdot t = 2\cdot\frac{\triangle p_x}{m}\cdot\frac{l}{v} = 2\cdot\frac{\triangle p_x \cdot l}{p} \approx 4,7843\cdot 10^{-9}m$.

Die relative Aufweitung beträgt: $\frac{d_2-d_1}{d_1} \approx \frac{4,7843\cdot 10^{-9}m}{1,0\cdot 10^{-4}m} \approx 5\cdot 10^{-5} = 5:100000$. Auf 100 m hätte der Elektronenstrahl sich erst um 5 mm aufgrund der Unschärferelation verbreitert.

Zu dieser Aufgabe gibt es auch eine andere, recht einfache Lösung.



Der Winkel zwischen dem in der Richtung veränderten Impuls und der waagerechten Linie sei α. Es gilt: $\sin(\alpha)=\frac{\Delta p_x}{p}$ und

$$\tan(\alpha)=\frac{\frac{d_2}{2}-\frac{d_1}{2}}{L} \Rightarrow d_2-d_1 = 2L\tan(\arcsin(\frac{\Delta p_x}{p})) \Rightarrow d_2-d_1 \approx 4,7843\cdot 10^{-9}m.$$

Aufgabe 3

a) Entscheidend für die Energiefreisetzung (exothermer Prozess) ist die unterschiedliche Kernbindungsenergie je Nukleon, die bei ca. der Massenzahl 70 ein Maximum hat. Die Bindungsenergie ist diejenige Energie, die frei wird, wenn ein Atomkern (Nuklid) aus freien Nukleonen zusammengefügt wird. Diese Energie muss andererseits aber auch aufgebracht werden, um den Kern in freie Nukleonen zu zerlegen.
Aus der Kurve ist erkennbar:
Verschmelzen zwei leichtere Kerne zu einem schwereren Kern (links vom Maximum), so wird Energie aufgrund der unterschiedlichen Bindungsenergie freigesetzt. Die Bindungsenergie des neuen Nuklids ist größer als die Summe der Bindungsenergien der Ausgangsnuklide (Kernfusion).
Wird ein schwerer Kern in zwei mittelschwere Kerne zerlegt (rechts vom Maximum), so wird ebenfalls Energie aufgrund der unterschiedlichen Bindungsenergie freigesetzt. Die Summe der Bindungsenergien der neuen Nuklide ist größer als die Bindungsenergie des Ausgangsnuklids (Kernspaltung).

b) Der Massendefekt beträgt: $\triangle m = 13\cdot m_P + 14\cdot m_N - (A_{Al} - 13\cdot m_e)$. Mit $m_P = 1,6726\cdot 10^{-27}kg$, $m_N = 1,6749\cdot 10^{-27}kg$ und $A_{AL} = 26,98\cdot 1,66055\cdot 10^{-27}kg$ folgt: $\triangle m \approx 3,90761\cdot 10^{-28}kg$. Dies entspricht einer Energie von: $E = \triangle m\cdot c^2 \approx 219,1977\,MeV$.
Für die Bindungsenergie pro Nukleon ist dieser Wert durch 27 zu teilen. Sie beträgt also ca. $8,1184\,MeV$.

Leistungsfach Physik 13/2 Klausur

c) Für den Massendefekt ergibt sich aus den relativen Atommassen und der Unit u:

$$\triangle m = 235,0439u + 1,0087u - 93,9061u - 139,9053u - 2 \cdot 1,0087u = 0,2238u \approx 3,7163 \cdot 10^{-28} kg$$

Dies ergibt eine freiwerdende Energie von: $E = \triangle m \cdot c^2 \approx 208,4668 MeV$.