Abitur 2008	**Physik**	**1. Klausur**	**Hannover, 07.11.2007**
© arei	**LK**	**3. Semester**	**Bearbeitungszeit: 90 min**

Thema: Interferometer *Grundlage: 20 Unterrichtsstunden*

Aufgabe 1

Abb.1 (siehe Material) zeigt den prinzipiellen Aufbau eines ***Mach-Zehnder-Interferometer**s*.

1.1 Beschreibe und erläutere die Funktionsweise dieses Interferometers!

1.2 Erläutere am Beispiel von Schirm 1, dass die beobachtbaren Interferenzen auf die Überlagerung von Lichtbündeln aus zwei Lichtquellen zurückgeführt werden können (Zwei-Zentren-Interferenz)!

1.3 Bei den benutzten Teilern und Spiegeln findet die Reflexion jeweils auf der metallbedampften Oberfläche statt. Bei exakt gleichen Weglängen vom Teiler 1 über den Spiegel 1 zum Teiler 2 und vom Teiler 1 über den Spiegel 2 zum Teiler 2 beobachtet man auf den beiden Schirmen 1 und 2 zueinander komplementäre Interferenzfiguren mit einem dunklen Zentrum auf einem der beiden Schirme und einem hellen Zentrum auf dem anderen Schirm. [Das Zentrum wird in Abb.1 durch die eingezeichnete Wellennormale markiert.]
Erläutere die Ursachen dieser Beobachtung und entscheide begründet, wie das Zentrum der Interferenzfiguren auf Schirm 2 aussieht!

1.4 Durch Einbringen oder Entfernen eines transparenten Gegenstands in einen der beiden gleichlangen Lichtwege lässt sich der Gangunterschied ändern. Bringt man z.B. mit einer Drahtschleife eine Seifenlamelle in den Lichtweg vom Spiegel 1 zum Teiler 2 und wartet so lange, bis die Lamelle platzt, so beobachtet man k Interferenzwechsel in den Zentren der Ringfiguren auf den Schirmen. Die Dicke D der Seifenlamelle lässt sich durch die Gleichung $D = \frac{k \cdot \lambda}{n_S - n_L}$ bestimmen, wobei λ die Wellenlänge des benutzten Lichts und n_S bzw. n_L die Brechzahlen der Seifenlösung bzw. der Luft sind. Leite diese Gleichung begründet her!

1.5 Bei einem Versuch mit $\lambda = 632\,nm$ und $n_S = 1{,}38$ beobachtet man mit Hilfe einer Fotodiode 6 Wechsel im Zentrum der Ringfiguren auf Schirm 2. Berechne hieraus die Dicke der Seifenlamelle ($n_L \approx 1$)!

Aufgabe 2

Ein Kristall wird mithilfe des Drehkristallverfahrens untersucht (Abb.2 – siehe Material). Dazu streut man Röntgenstrahlung der Wellenlänge $\lambda = 8{,}0 \cdot 10^{-11}\,m$ an dem Kristall und variiert den Streuwinkel α zwischen $0°$ und $60°$. Wenn man dabei die Intensität der gestreuten Strahlung über dem Streuwinkel α aufträgt, so erhält man das in Abb.3 (siehe Material) dargestellte Diagramm.

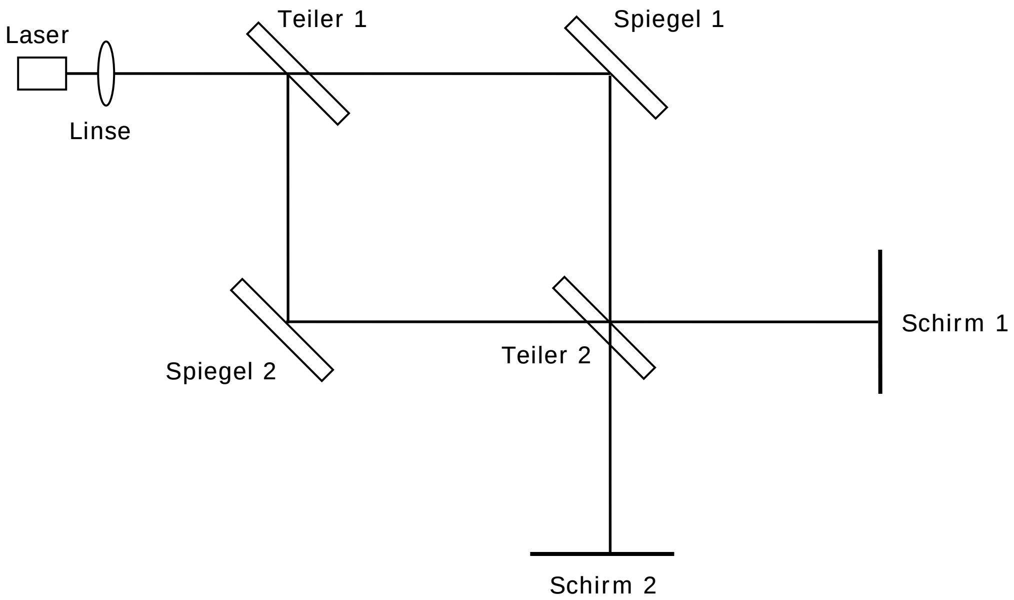
2.1 Ein Intensitäts-Maximum misst der Detektor unter dem Winkel $\alpha = \arcsin(\frac{k \cdot \lambda}{2 \cdot d})$ mit $k \in N$ und dem Netzebenenabstand d . Leite diese Gleichung begründet her!

2.2 Begründe die folgende Aussage:
„Für einen ersten Glanzwinkel, dessen Sinus kleiner als 0,5 ist, kann man damit rechnen, einen zweiten Glanzwinkel für den gleichen Netzebenenabstand zu beobachten.“

2.3 Berechne mithilfe des Diagramms in Abb.3 die im benutzten Kristall auftretenden Netzebenenabstände, die zu den beobachteten Intensitäts-Maxima gehören!

Material zur Aufgabe 1

Abb.1



Material zur Aufgabe 2

Abb.2

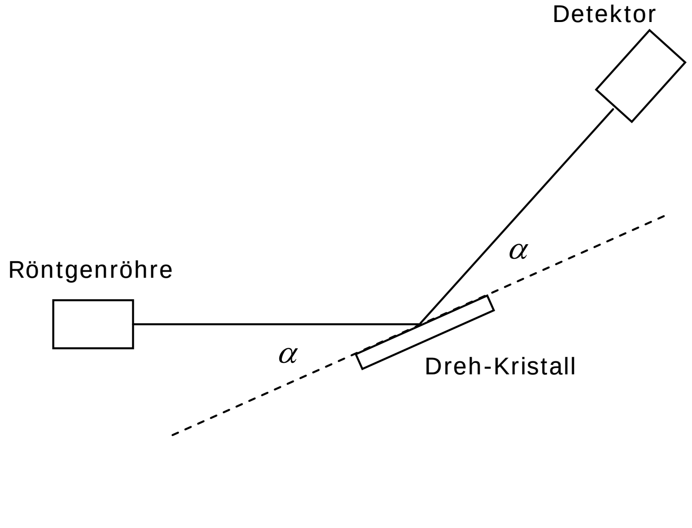
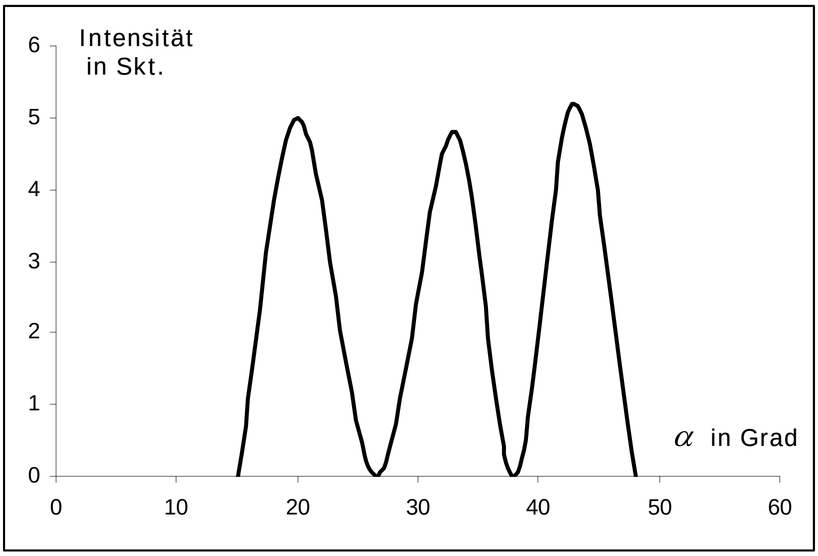


Abb.3



Lösungen

1.1 Beschreibe und erläutere die Funktionsweise dieses Interferometers!

Das parallele Licht des Lasers fällt auf die Sammellinse und wird in ihrem Brennpunkt F fokussiert. Dieser Brennpunkt stellt jetzt eine punktförmige Lichtquelle dar, deren Kugelwellen in das Interferometer eintreten. Eingezeichnet ist eine Wellennormale, die zu den Schirmen 1 und 2 führt. Am Teiler 1 wird das Licht in zwei Teile zerlegt. Die Brechung im Material der Teiler wird nicht berücksichtigt; sie ist für beide zur Interferenz führenden Lichtteile in den Teilern 1 und 2 identisch. Ein Anteil des auf Teiler 1 fallenden Lichts geht durch den Teiler hindurch und trifft auf Spiegel 1, wird dort reflektiert und teilt sich am Teiler 2 erneut. Dort geht wieder ein Anteil hindurch und trifft auf Schirm 2, der andere Teil wird an der Oberfläche gespiegelt und trifft auf Schirm 1. Der zweite Teil des Lichtes am Teiler 1 wird hier an der Oberfläche gespiegelt und trifft auf Spiegel 2. Von dort verläuft das reflektierte Licht zum Teiler 2, geht zu einem Anteil hindurch zum Schirm 1 und wird zu einem anderen Teil im Teiler 2 zum Schirm 2 reflektiert.
Insgesamt vereinigen sich auf den Schirmen 1 und 2 jeweils zwei Anteile des Lichts, die jeweils unterschiedliche Wege durch die Apparatur genommen haben. Beide Anteile interferieren hier konstruktiv miteinander, wenn der Gangunterschied zwischen den optischen Wegen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist. Beträgt der Gangunterschied ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge, löschen sich die beiden Lichtanteile aus (destruktive Interferenz).
Bei idealer Geometrie beträgt der geometrische Gangunterschied für beide Schirme null und man dürfte keine Interferenz beobachten. Bereits eine geringe Dejustierung führt zu unterschiedlich langen geometrischen Wegen der interferierenden Anteile und damit wahrscheinlich zu Interferenzfiguren (Ringfiguren).

1.2 Erläutere am Beispiel von Schirm 1, dass die beobachtbaren Interferenzen auf die Überlagerung von Lichtbündeln aus zwei Lichtquellen zurückgeführt werden können (Zwei-Zentren-Interferenz)!

Für Schirm 1 soll hier das Prinzip erläutert werden:
Das Licht, das den Teiler 1 passiert, wird am Spiegel 1 reflektiert. Hierdurch entsteht ein Spiegelbild F' des Brennpunkts F der Linse, das im gleichen Abstand zur Ebene des Spiegels 1 liegt wie der Brennpunkt F selbst. Das von F' ausgehende Licht trifft auf Teiler 2 und wird an ihm erneut gespiegelt. Hierdurch entsteht ein Spiegelbild F'' der bereits gespiegelten Lichtquelle F' an der Ebene des Teilers 2. Es hat von der Ebene des Teilers 2 denselben Abstand wie F' von dieser Ebene. Von F'' fällt das Licht auf den Schirm 1.
Das Licht, das am Teiler 1 reflektiert wird, scheint von dem Spiegelbild L' des Brennpunktes F auszugehen, das im gleichen Abstand zur Ebene des Teilers 1 liegt wie der Brennpunkt F selbst. L' wird erneut am Spiegel 2 reflektiert, und es entsteht das Spiegelbild L'', das im gleichen Abstand zur Ebene des Spiegels 2 liegt wie L'. Von L'' fällt das Licht auf den Schirm 1. Bei einer idealen Geometrie (Rechteck!) liegen F'' und L'' aufeinander und der geometrische Gangunterschied ist null. Aber bereits bei einer leichten Abweichung vom Rechteck wird die Symmetrie der Lichtwege gestört und die scheinbaren Lichtquellen liegen leicht versetzt zueinander, wodurch ringförmige Interferenzfiguren entstehen können.

1.3 Bei den benutzten Teilern und Spiegeln findet die Reflexion jeweils auf der metallbedampften Oberfläche statt. Bei exakt gleichen Weglängen vom Teiler 1 über den Spiegel 1 zum Teiler 2 und vom Teiler 1 über den Spiegel 2 zum Teiler 2 beobachtet man auf den beiden Schirmen 1 und 2 zueinander komplementäre Interferenzfiguren mit einem dunklen Zentrum auf einem der beiden Schirme und einem hellen Zentrum auf dem anderen Schirm. [Das Zentrum wird in Abb.1 durch die eingezeichnete Wellennormale markiert.] Erläutere die Ursachen dieser Beobachtung und entscheide begründet, wie das Zentrum der Interferenzfiguren auf Schirm 2 aussieht!

Bei exakt gleichen Weglängen der interferierenden Teilbündel (exakte Rechteckform) entsteht ein Gangunterschied nur durch die Reflexionen der Teilbündel an den Teilern und Spiegeln. Hierbei ist bei einer Reflexion am festen Ende (Luft - spiegelnde Metallschicht) ein zusätzlicher Wegunterschied von einer halben Wellenlänge zu berücksichtigen.
Der Anteil des Lichts, der den Teiler 1 passiert und zum Schirm 1 führt, erfährt am Spiegel 1 und am Teiler 2 jeweils einen zusätzlichen Wegunterschied einer halben Weglänge, insgesamt ist hier also kein zusätzlicher Wegunterschied zu berücksichtigen. Der Anteil des Lichts, der am Teiler 1 reflektiert wird und zum Schirm 1 führt, erfährt am Teiler 1 und am Spiegel 2 jeweils einen zusätzlichen Wegunterschied einer halben Weglänge, insgesamt ist hier also auch kein zusätzlicher Wegunterschied zu berücksichtigen. Das Zentrum auf Schirm 1 ist demnach hell, da die beiden interferierenden Wellen in Phase sind.
Der Anteil des Lichts, der den Teiler 1 passiert und zum Schirm 2 führt, erfährt nur am Spiegel 1 einen zusätzlichen Wegunterschied einer halben Weglänge, insgesamt ist hier also ein zusätzlicher Wegunterschied einer halben Weglänge zu berücksichtigen. Der Anteil des Lichts, der am Teiler 1 reflektiert wird und zum Schirm 2 führt, erfährt am Teiler 1 und am Spiegel 2 jeweils einen zusätzlichen Wegunterschied einer halben Weglänge, insgesamt ist hier also kein zusätzlicher Wegunterschied zu berücksichtigen. (Die Reflexion am Teiler 2 ist eine Reflexion am losen Ende.) Das Zentrum auf Schirm 2 ist demnach dunkel, da insgesamt ein Wegunterschied einer halben Wellenlänge zu berücksichtigen ist.

1.4 Durch Einbringen oder Entfernen eines transparenten Gegenstands in einen der beiden gleichlangen Lichtwege lässt sich der Gangunterschied ändern. Bringt man z.B. mit einer Drahtschleife eine Seifenlamelle in den Lichtweg vom Spiegel 1 zum Teiler 2 und wartet so lange, bis die Lamelle platzt, so beobachtet man k Interferenzwechsel in den Zentren der Ringfiguren auf den Schirmen. Die Dicke D der Seifenlamelle lässt sich durch die Gleichung $D=\frac{k\cdot\lambda}{n_S-n_L}$ bestimmen, wobei λ die Wellenlänge des benutzten Lichts und n_S bzw. n_L die Brechzahlen der Seifenlösung bzw. der Luft sind. Leite diese Gleichung begründet her!

a sei der geometrische Abstand des Spiegels 1 vom Teiler 2. Die optische Länge dieses Teilarms beträgt $n_L\cdot a$. Bringt man die Seifenlamelle der Dicke D zwischen diese beiden Bauteile, so beträgt die optische Länge $n_L\cdot(a-D)+n_S\cdot D$. Hieraus folgt für die Wegländenänderung durch das Einbringen der Seifenlamelle:

$$\Delta=n_L\cdot(a-D)+n_S\cdot D-n_L\cdot a=n_L\cdot a-n_L\cdot D+n_S\cdot D-n_L\cdot a=(n_S-n_L)\cdot D\ .$$

Jeder Wechsel in einem Zentrum der beobachteten Interferenzfiguren bedeutet eine Veränderung des Gangunterschiedes einer ganzen Wellenlänge, also: $\Delta=k\cdot\lambda$, mit $k\in N$.

es folgt also: $(n_S-n_L)\cdot D=\Delta=k\cdot\lambda\Leftrightarrow D=\frac{k\cdot\lambda}{n_S-n_L}$.

Alternativer Lösungsweg:

Auf die Strecke D passen in Luft z Wellenlängen: $D=z\cdot\lambda_L$. In Seife passen auf die Strecke D mehr Wellenlängen, da sich die Wellenlänge in Seife verkürzt: $D=(z+k)\cdot\lambda_S$. Mit dem Brechungsgesetz $n_S=\frac{\lambda_L}{\lambda_S}$ folgt dann:

$n_S=\frac{D\cdot(z+k)}{z\cdot D}=\frac{(z+k)}{z}$. Hierbei sind z und k bestimmte reelle Zahlen. Löst man die letzte Gleichung nach z auf, erhält man: $z=\frac{k}{n_S-1}$. z kann man nun in $D=z\cdot\lambda_L$ einsetzen und erhält: $D=\frac{k\cdot\lambda}{n_S-1}$. Mit $n_L\approx 1$ folgt die behauptete Formel.

Noch ein anderer Lösungsweg:

Die Wechsel auf dem Schirm entstehen dadurch, dass die Lamelle plötzlich verschwindet und sich damit ein neuer Wegunterschied zwischen den durch die Seifenlamelle laufenden Teilbündel ergibt. Mit Seifenlamelle hat man statt der geometrischen Dicke D die optische Dicke $n_S\cdot D$ zu berücksichtigen, da $\lambda_S<\lambda$. Da ohne Lamelle die Strecke D ebenso vom Licht durchlaufen wird, ergibt sich der beobachtete Wechsel auf dem Schirm durch die Veränderung der optischen Weglänge:

$$n_S\cdot D-n_L\cdot D=k\cdot\lambda\Rightarrow D=\frac{k\cdot\lambda}{n_S-n_L}.$$

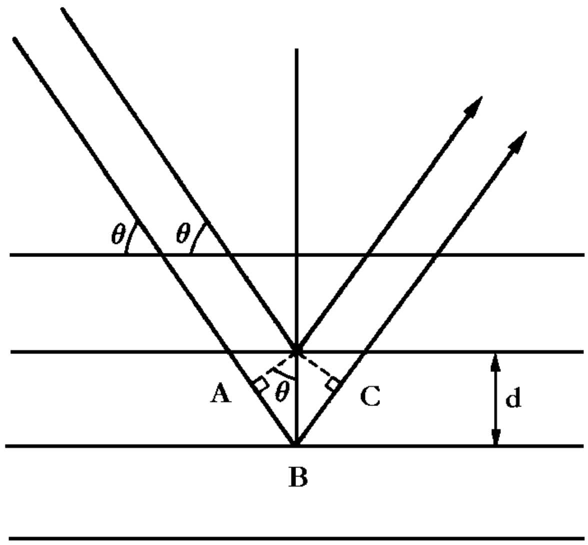
1.5 Bei einem Versuch mit $\lambda=632\,nm$ und $n_S=1{,}38$ beobachtet man mit Hilfe einer Fotodiode 6 Wechsel im Zentrum der Ringfiguren auf Schirm 2. Berechne hieraus die Dicke der Seifenlamelle $(n_L\approx 1)$!

Da 6 Wechsel beobachtet werden, verändert sich der Gangunterschied um 6 Wellenlängen, also $k=6$. Es folgt:

$$D=\frac{6\cdot 632\cdot 10^{-9}}{1{,}38-1}m\approx 10\mu m\ .$$

2.1 Ein Intensitäts-Maximum misst der Detektor unter dem Winkel $\alpha=\arcsin(\frac{k\cdot\lambda}{2\cdot d})$ mit $k\in N$ und dem Netzebenenabstand d. Leite diese Gleichung begründet her!

Zwischen dem einfallenden „Parallellicht“ und der Kristalloberfläche liegt der Winkel $\alpha = \theta$. Die Kristalloberfläche wird als 1. Netzebene betrachtet, unter der die weiteren Netzebenen im Abstand d liegen. Das einfallende „Röntgenlicht“ wird an den einzelnen Gitteratomen bzw. –Ionen gestreut, so dass zwischen den in Richtung Detektor laufenden Strahlen ein Gangunterschied besteht, je nachdem, an welcher Ebene gestreut wurde.



für den Gangunterschied der beiden eingezeichneten Strahlen gilt: $\Delta = \overline{AB} + \overline{BC}$. Für ein Maximum gilt: $\Delta = k \cdot \lambda$. In dem eingezeichneten rechtwinkligen Dreieck gilt:

$$\sin(\theta) = \frac{\overline{AB}}{d} \Leftrightarrow \overline{AB} = d \cdot \sin(\theta)$$.

Also: $k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\theta)$. Löst man diese Gleichung nach $\alpha = \theta$ auf, so erhält man: $\arcsin(\frac{k \cdot \lambda}{2 \cdot d}) = \theta = \alpha$.

2.2 Begründe die folgende Aussage:
„Für einen ersten Glanzwinkel, dessen Sinus kleiner als 0,5 ist, kann man damit rechnen, einen zweiten Glanzwinkel für den gleichen Netzebenenabstand zu beobachten.“

Für $k = 1$ beobachtet man den ersten Glanzwinkel und es gilt: $1 \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\theta_1)$. Für einen zweiten Glanzwinkel wäre $k = 2$ und damit $2 \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\theta_2) \Leftrightarrow \lambda = d \cdot \sin(\theta_2)$. Folglich gilt: $2 \cdot d \cdot \sin(\theta_1) = d \cdot \sin(\theta_2) \Leftrightarrow 2 \cdot \sin(\theta_1) = \sin(\theta_2)$. Da $\sin(\theta_2)$ aber maximal 1 sein kann, darf für einen zweiten Glanzwinkel $\sin(\theta_1)$ maximal 0,5 sein.

2.3 Berechne mithilfe des Diagramms in Abb.3 die im benutzten Kristall auftretenden Netzebenenabstände, die zu den beobachteten Intensitäts-Maxima gehören!

Das erste Maximum liegt bei 20°, das zweite bei etwa 33° und das dritte bei etwa 43°. Mit der angegebenen Formel $\alpha = \arcsin(\frac{k \cdot \lambda}{2 \cdot d})$ folgt: $d = \frac{k \cdot \lambda}{2 \cdot \sin(\alpha)}$. Setzt man die gegebenen Größen ein, so ergeben sich:

$d_1 \approx 1{,}170 \cdot 10^{-10}\, m$, $d_2 \approx 7{,}340 \cdot 11^{-11}\, m$ und $d_3 \approx 5{,}865 \cdot 10^{-11}\, m$.

Da $d_3 \approx \frac{1}{2} \cdot d_1$ und $\sin(20°) \approx 0{,}34 < 0{,}5$, gehört das 3. Intensitätsmaximum wahrscheinlich ebenfalls zum Netzebenabstand d_1 aber mit $k = 2$. Zum 2. Intensitätsmaximum kann wegen $\sin(33°) \approx 0{,}54 > 0{,}5$ kein zweiter Glanzwinkel beobachtet werden (siehe 2.2). [Ein dritter Glanzwinkel zu d_1 mit $k = 3$ ist ebenfalls nicht möglich, da $\sin(20°) \approx 0{,}34 > \frac{1}{3}$.]