

1. Aufgabe Franck-Hertz-Versuch mit Neon

Zum Nachweis quantenhafter Absorption und Emission wird ein Franck-Hertz-Rohr mit Neongas verwendet. Die aus der Röhre austretende Strahlung wird auf eine Fozelle projiziert, mit der die Photonenenergie mit Hilfe der Gegenfeldmethode gemessen wird.

Die Beschleunigungsspannung U_B am Franck-Hertz-Rohr wird beginnend bei $0V$ langsam erhöht. Die Gegenspannung an der Fozelle beträgt $U_G=0V$, und es ist zunächst kein Fotostrom I_F feststellbar. Erst bei $U_B=16,6V$ tritt an der Fozelle plötzlich ein Fotostrom auf, ohne dass im Franck-Hertz-Rohr eine Leuchterscheinung zu beobachten ist. Bei diesem Wert von U_B wird durch Hochregeln der Gegenspannung an der Fozelle auf $U_G=10,9V$ erreicht, dass der Fotostrom wieder null wird.

- Zeichne einen möglichen Versuchsaufbau, kennzeichne und erläutere kurz die Funktion der einzelnen Bauteile!
- Berechne die Energie der bei $U_B=16,6V$ aus dem Franck-Hertz-Rohr austretenden Photonen! Bestimme die Ablösearbeit des in der Fozelle benutzten Katodenmaterials! Begründe dein Vorgehen!

Im weiteren Verlauf des Versuchs bleibt $U_G=10,9V$ unverändert, und die Beschleunigungsspannung U_B wird weiter erhöht. Zunächst ist kein Fotostrom zu beobachten. Erst ab $U_B=18,5V$ setzt der Fotostrom plötzlich wieder ein. Gleichzeitig ist ein rötliches Leuchten des Neongases unmittelbar vor dem Beschleunigungsgitter zu beobachten.

- Deute den Zusammenhang zwischen dem Einsetzen des Fotostroms bei $U_B=18,5V$ und dem Auftreten des roten Leuchtens vor dem Gitter des Franck-Hertz-Rohres! Zeichne mit den bisherigen Daten ein Termschema für Neon, trage die möglichen Übergänge ein und berechne die Wellenlänge des roten Neonlichts!

Erhöht man U_B weiter, so verschiebt sich die rote Leuchtschicht in Richtung Katode. Bei $U_B=35,1V$ entsteht unmittelbar vor dem Gitter eine weitere rötliche Leuchtschicht.

- Deute die jetzt ablaufenden Vorgänge im Franck-Hertz-Rohr mit Hilfe der auftretenden Elektronenenergien und deinem Termschema!

2. Aufgabe Wasserstoffähnliche Spektren

Man beobachtet wasserstoffähnliche Spektren beim einmal ionisierten Helium He^+ , zweimal ionisierten Lithium Li^{++} , dreimal ionisierten Beryllium Be^{+++} , z -mal ionisiertem $X^{z-(+)}$.

- Erläutere, wieso man diese Ionen als wasserstoffähnlich bezeichnet!

- b) Zeige und beschreibe anhand von Versuchsskizzen, wie solche Spektren aufgenommen werden können! Leite begründet her: Für die Frequenz einer beobachteten Linie gilt:

$$f = \frac{c}{(d \cdot \sin(\arctan(\frac{a}{e})))}$$

Hierbei sind c die Lichtgeschwindigkeit, d der Abstand

zweier benachbarter Öffnungen eines Strichgitters, a der beobachtete Abstand des Beugungsbildes von der Mitte des symmetrischen Gesamtspektrums und e die Entfernung des Strichgitters von der Ebene, in der die Interferenzen beobachtet werden..

- c) Für die wasserstoffähnlichen z -mal-ionisierten Atome gilt das modifizierte Seriensgesetz: $f_{n,m} = (z+1)^2 \cdot R_y \cdot (\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2})$ mit $n < m$; R_y ist die Rydbergfrequenz. Leite dieses Gesetz begründet her! (siehe Materialseite)
- d) Gib das Seriensgesetz für die Serie des He^+ -Ions zu $n=4$ und das Seriensgesetz des Li^{++} -Ions zu $n=6$ an! Bestimme die Quantenzahl m zu den Linien beider Serien, die mit der ersten Linie H_α der Balmerreihe des Wasserstoffatoms übereinstimmen!
- e) Berechne die Energie, die dem He^+ -Ion zugeführt werden muss, um es nochmals zu ionisieren ($He^+ \rightarrow He^{++} + e$)! Vergleiche diesen Wert mit der viel kleineren Ionisierungsenergie $24,4 eV$ des Heliumatoms ($He \rightarrow He^+ + e$)! Begründe deine Feststellung!

3. Aufgabe Bohrscher Radius und Unschärferelation

Das auf eine unscharfe Kernentfernung r eingeschränkte Elektron des Wasserstoffatoms kann nicht in Ruhe sein, es hat einen unscharfen Impuls p und eine entsprechend unscharfe Bewegungsenergie

$$W_{kin}(r) = \frac{\hbar^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot m_e \cdot r^2}$$

- a) Leite diese Gleichung begründet aus der Unschärferelation $r \cdot p \approx \frac{h}{2 \cdot \pi}$ her!
- b) Für die potenzielle Energie gilt, wie bereits beim Bohrschen Atommodell hergeleitet wurde:

$$W_{pot}(r) = \frac{-e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r}$$

Ordne dem Diagramm auf der Materialseite die $r - W_{kin} - Kurve$, die $r - W_{pot} - Kurve$ und die $r - W_{ges} - Kurve$ begründet zu!

- c) Die Gesamtenergie $W_{ges}(r) = W_{kin}(r) + W_{pot}(r)$ besitzt ein Minimum (einen Tiefpunkt) bei einem bestimmten Radius $r_{Bohr} = 5,29 \cdot 10^{-11} m$. Bestimme diese Extremstelle mit den Methoden der Analysis! Auf die Überprüfung einer hinreichenden Bedingung soll verzichtet werden!
- d) Berechne die Gesamtenergie für $r_{Bohr} = 5,29 \cdot 10^{-11} m$ in eV !
- e) Diese einfache Energiebetrachtung, das Bohrsche Atommodell und das Modell des Potentialepotopes sollen kurz miteinander verglichen werden. Wo siehst du besondere Unterschiede bzw. Vor- oder Nachteile der einzelnen Vorstellungen?

Material

zur 2. Aufgabe

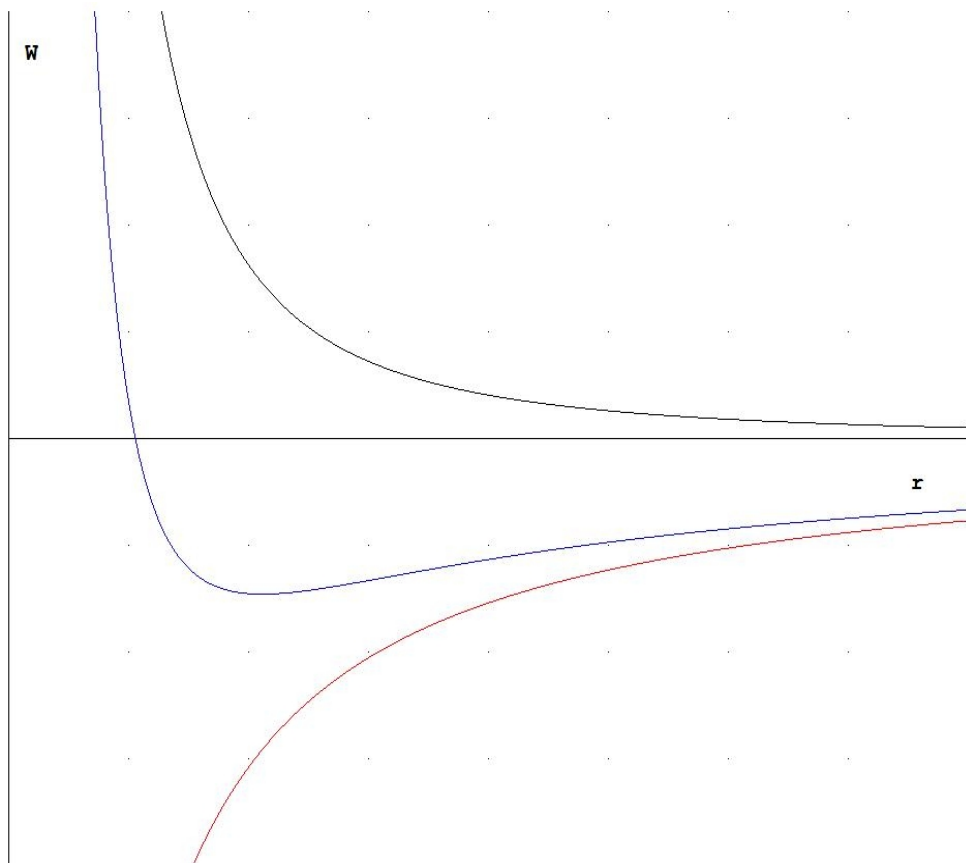
Für das Wasserstoffatom wurde für die Gesamtenergie des Atoms hergeleitet:

$$W_n = -\frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2} .$$

Hierbei ist n die von Bohr eingeführte Hauptquantenzahl; die anderen Größen haben die übliche Bedeutung.

zur 3. Aufgabe

Darstellung der kinetischen, der potenziellen und der Gesamtenergie des Wasserstoffatoms



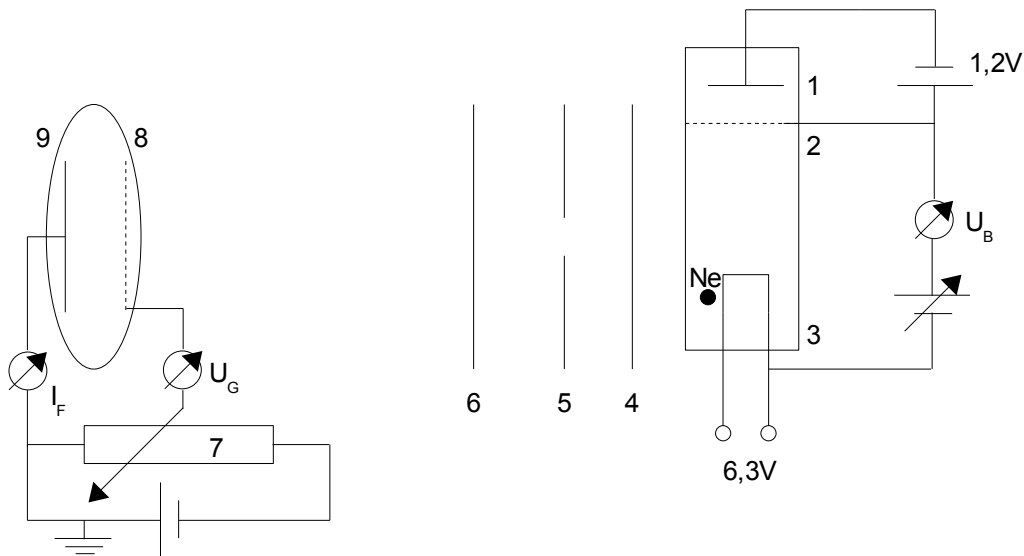
1. Aufgabe Franck-Hertz-Versuch mit Neon

Zum Nachweis quantenhafter Absorption und Emission wird ein Franck-Hertz-Rohr mit Neongas verwendet. Die aus der Röhre austretende Strahlung wird auf eine Fozelle projiziert, mit der die Photonenenergie mit Hilfe der Gegenfeldmethode gemessen wird.

Die Beschleunigungsspannung U_B am Franck-Hertz-Rohr wird beginnend bei $0V$ langsam erhöht. Die Gegenspannung an der Fozelle beträgt $U_G=0V$, und es ist zunächst kein Fotostrom I_F feststellbar. Erst bei $U_B=16,6V$ tritt an der Fozelle plötzlich ein Fotostrom auf, ohne dass im Franck-Hertz-Rohr eine Leuchterscheinung zu beobachten ist. Bei diesem Wert von U_B wird durch Hochregeln der Gegenspannung an der Fozelle auf $U_G=10,9V$ erreicht, dass der Fotostrom wieder null wird.

- a) Zeichne einen möglichen Versuchsaufbau, kennzeichne und erläätere kurz die Funktion der einzelnen Bauteile!

Der Versuchsaufbau muss das Franck-Hertz-Rohr mit der korrekten Beschaltung enthalten und eine Optik, die den Stoßraum des Rohrs auf eine Fozelle abbildet. Die Fozelle muss an einem Potentiometer angeschlossen sein, so dass über ein Voltmeter und ein Ampereme-



ter das Gegenfeld kontrolliert werden kann.

Durch eine Heizspannung von 6,3V werden aus dem Heizdraht (3) Elektronen emittiert und durch die am Voltmeter messbare Beschleunigungsspannung U_B in Richtung Gitter (2) beschleunigt. Über dem Gitter befindet sich eine Auffangelektrode (1), die negativ gegenüber dem Gitter ist, so dass die Elektronen ein kleines Gegenfeld von 1,2V überwinden müssen. Die Röhre ist mit Neongas gefüllt. Ein Kondensator (4) fokussiert das Licht des Stoßraumes auf eine Irisblende (5), und ein Objektiv (6) bildet das beleuchtete Loch der Blende auf die Katode (9) der Fozelle ab. Über ein Potentiometer (7) wird zwischen Katode (9) und Anode (8) ein Gegenfeld angelegt; am Amperemeter kann der Fotostrom und am Voltmeter die Gegenspannung abgelesen werden.

- b) Berechne die Energie der bei $U_B = 16,6 V$ aus dem Franck-Hertz-Rohr austretenden Photonen! Bestimme die Ablösearbeit des in der Fozelle benutzten Katodenmaterials! Begründe dein Vorgehen!

Aus dem Rohr treten die Photonen mit der Energie der Elektronen aus, die diese an die Atome abgegeben haben: $W_{ph} = e \cdot U_B = e \cdot 16,6 V = 16,6 eV$. In der Fozelle besitzen die durch das Gegenfeld abgebremsten Fotoelektronen aber nur die Energie:

$$W_{el} = e \cdot U_G = 10,9 eV. \text{ Die Differenz ist die Ablösearbeit:}$$

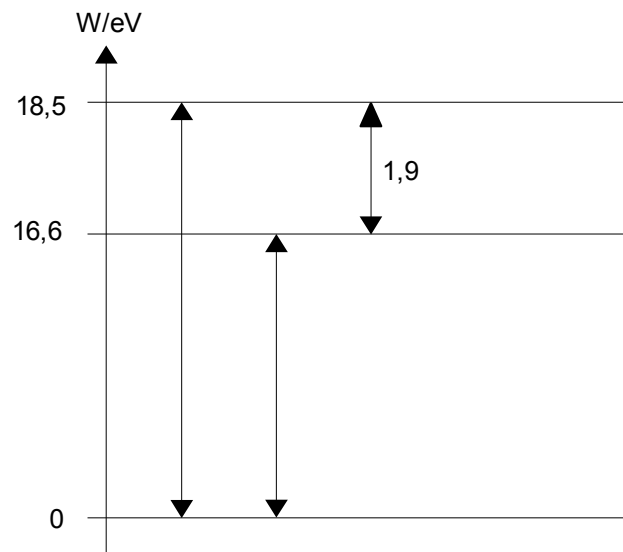
$$W_A = 16,6 eV - 10,9 eV = 5,7 eV.$$

Im weiteren Verlauf des Versuchs bleibt $U_G = 10,9 V$ unverändert, und die Beschleunigungsspannung U_B wird weiter erhöht. Zunächst ist kein Fotostrom zu beobachten. Erst ab $U_B = 18,5 V$ setzt der Fotostrom plötzlich wieder ein. Gleichzeitig ist ein rötliches Leuchten des Neongases unmittelbar vor dem Beschleunigungsgitter zu beobachten.

- c) Deute den Zusammenhang zwischen dem Einsetzen des Fotostroms bei $U_B = 18,5 V$ und dem Auftreten des roten Leuchtens vor dem Gitter des Franck-Hertz-Rohres! Zeichne mit den bisherigen Daten ein Termschema für Neon, trage die möglichen Übergänge ein und berechne die Wellenlänge des roten Neonlichts!

Die erste Anregung der Neonatome erfolgte bei $U_B = 16,6 V$ im nicht sichtbaren UV-Bereich unmittelbar vor dem Gitter, da erst dort die Elektronen die Energie $16,6 eV$ aufgenommen haben. Erhöht man auf $U_B = 18,5 V$, so zieht sich die erste Anregungsschicht etwas zurück in Richtung Katode (Glühdraht) und eine zweite Anregung mit der höheren Energie $18,5 eV$ erfolgt unmittelbar vor dem Gitter. Deshalb werden wieder Photonen emittiert, die in der Fozelle Elektronen auslösen. Die rote Leuchterscheinung entsteht durch das Zurückfallen der Neonatome vom Energieniveau mit $18,5 eV$ auf das Niveau mit $16,6 eV$ Anregungsenergie. Dies passiert auch unmittelbar vor dem Gitter, da sich die mit $18,5 eV$ angeregten Neonatome noch hier befinden. Der Differenzbetrag liefert die beobachtete Wellenlänge: $(18,5 - 16,6) eV = h \cdot \frac{c}{\lambda}$. Hieraus folgt: $\lambda = 652,5484 nm$.

Im Termschema liegt das höchste hier beobachtete Energieniveau $18,5 eV$ über dem Grundniveau und das zweithöchste $16,6 eV$ höher als das Grundniveau. Zwischen diesen beiden höheren Niveaus wird die beobachtete rote Linie emittiert.



Erhöht man U_B weiter, so verschiebt sich die rote Leuchtschicht in Richtung Katode. Bei $U_B = 35,1 V$ entsteht unmittelbar vor dem Gitter eine weitere rötliche Leuchtschicht.

- d) Deute die jetzt ablaufenden Vorgänge im Franck-Hertz-Rohr mit Hilfe der auftretenden Elektronenenergien und deinem Termschema!

Das rötliche Leuchten tritt auf, wenn die Elektronen die Energie von $18,5 eV$ aufgenommen haben – die angeregten Neonatome fallen dann auf $16,6 eV$ zurück, und dabei wird das rötliche Licht emittiert (siehe Termschema). Steigert man die Beschleunigungsspannung auf $U_B = 35,1 V$, so liegt diese um $18,5 eV$ über $16,6 eV$. Die Elektronen, die bereits mit $16,6 eV$ Neonatome angeregt haben (siehe Beginn des Versuchs), haben nun die Möglichkeit, danach noch eine Anregung mit $18,5 eV$ durchzuführen. Diese findet wieder unmittelbar vor dem Gitter statt, und auch dort fallen die Atome unter Abgabe von $1,9 eV$ (rötliches Licht) wieder auf $16,6 eV$ zurück, um danach erneut ins Grundniveau zu fallen. Der Prozess findet unmittelbar vor dem Gitter statt, da bei $U_B = 35,1 V$ die erste Anregungszone zu $16,6 eV$ entsprechend näher zur Katode gewandert ist.

2. Aufgabe Wasserstoffähnliche Spektren

Man beobachtet wasserstoffähnliche Spektren beim einmal ionisierten Helium He^+ , zweimal ionisierten Lithium Li^{++} , dreimal ionisierten Beryllium Be^{+++} , z -mal ionisiertem $X^{z-(+)}$.

- a) Erläutere, wieso man diese Ionen als wasserstoffähnlich bezeichnet!

„Wasserstoffähnlich“ nennt man diese Ionen, da sie nur noch ein Hüllenelektron besitzen. Es

liegt also wie beim Wasserstoffatom ein positiver Kern vor, an den nur ein Elektron gebunden ist. Das Ion sollte sich also im Prinzip wie ein Wasserstoffatom mit größerer Kernladungszahl verhalten.

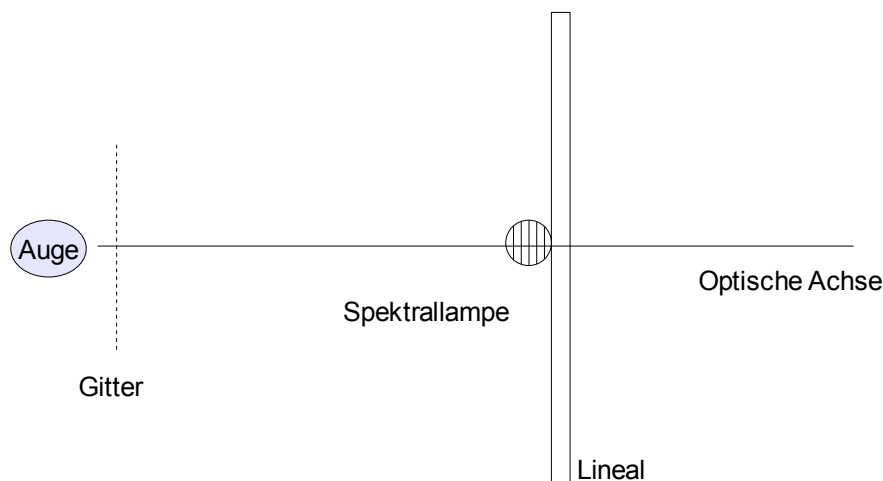
- b) Zeige und beschreibe anhand von Versuchsskizzen, wie solche Spektren aufgenommen werden können! Leite begründet her: Für die Frequenz einer beobachteten Linie gilt:

$$f = \frac{c}{d \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{a}{e}\right)\right)}$$

Hierbei sind c die Lichtgeschwindigkeit, d der Abstand

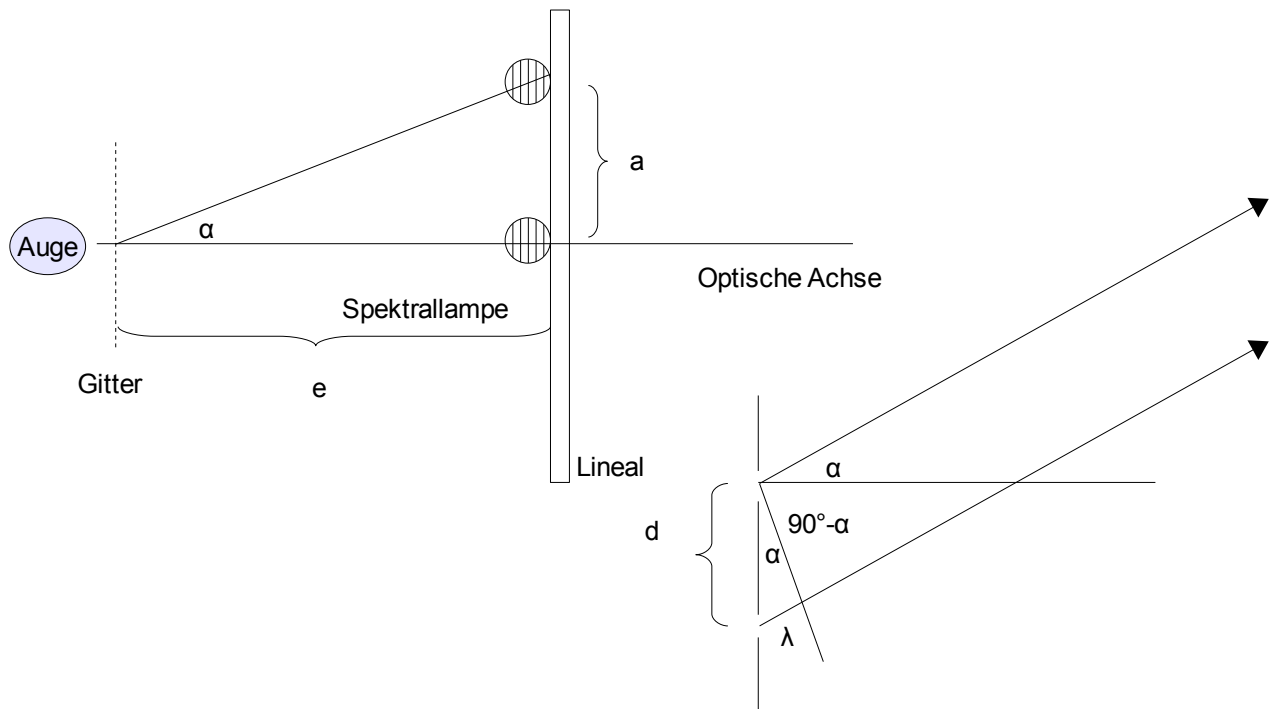
zweier benachbarter Öffnungen eines Strichgitters, a der beobachtete Abstand des Beugungsbildes von der Mitte des symmetrischen Gesamtspektrums und e die Entfernung des Strichgitters von der Ebene, in der die Interferenzen beobachtet werden.

Die Aufnahme des Spektrums erfolgt in der Regel durch eine subjektive Betrachtung, das heißt, man blickt durch ein Gitter in Richtung Spektrallampe und misst die Abstände der vir-



tuellen Spektrallinien von der Lampe.

Am Gitter findet die Beugung gem. Huygens statt, so dass die Gitteröffnungen als Zentren von Elementarwellen betrachtet werden können. Man könnte bei objektiver Betrachtung auf der Seite des Auges auf einem Schirm die Interferenzfiguren beobachten. Hier fängt aber das Auge die zu den Figuren verlaufenden Strahlen auf und bildet ein entsprechendes Bild auf der Netzhaut. Das Licht scheint dann subjektiv aus der Ebene zu kommen, die durch das Lineal gekennzeichnet ist. Die Herleitung der Formel kann mit den üblichen Detailzeichnungen durchgeführt werden.



In der makroskopischen Zeichnung ist abzulesen: $\tan(\alpha) = \frac{a}{e} \rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{a}{e}\right)$. Der Winkel lässt sich durch einfache Ergänzung auch in dem kleinen Dreieck der mikroskopischen Zeichnung wiederfinden. In der fraunhoferschen Betrachtung wird von der oberen Wellennormale das Lot auf die untere gefällt und man erhält für das erste Beugungsbild, das hier betrachtet wird, den Wegunterschied λ . Es gilt: $\sin(\alpha) = \frac{\lambda}{d}$ und damit:

$\lambda = d \cdot \sin(\alpha) = d \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{a}{e}\right)\right)$. Da aus der Grundgleichung der Wellenlehre folgt:

$$f = \frac{c}{\lambda}, \text{ folgt insgesamt: } f = \frac{c}{\left(d \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{a}{e}\right)\right)\right)}$$

- c) Für die wasserstoffähnlichen z -mal-ionisierten Atome gilt das modifizierte Seriergesetz: $f_{n,m} = (z+1)^2 \cdot R_y \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$ mit $n < m$; R_y ist die Rydbergfrequenz. Leite dieses Gesetz begründet her! (siehe Materialseite)

Nach dem 2. Bohrschen Postulat wird beim Übergang vom höheren Energiezustand der Quantenzahl m in den niedrigeren Zustand der Quantenzahl n die Energie

$$W_m - W_n = -\frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{m^2} + \frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

in Form eines Quants der Größe $h \cdot f_{n,m}$ emittiert. Diese Gleichung bezieht sich aber auf das Wasserstoffatom mit der Kernladungszahl 1. Ein z -mal-ionisiertes Ion hat aber $(z+1)$ positive Ladungen

im Kern. Im Zähler der Energieformel steht beim H-Atom der Faktor $e^4 = (Q_1 \cdot Q_2)^2$. Mit $Q_1 = (z+1) \cdot e$ und $Q_2 = e$ folgt, dass beim z -mal-ioniisierten Atom der Faktor $(z+1)^2$ bei der Berechnung des emittierten Energiebetrags und damit der emittierten

Frequenz zu berücksichtigen ist: $W_m - W_n = (z+1)^2 \cdot \frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$. Also gilt wegen

$W = h \cdot f$: $f_{n,m} = (z+1)^2 \cdot \frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^3} \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$, wobei $R_y = \frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^3}$ die beim H-Atom eingeführte Rydbergfrequenz ist.

- d) Gib das Seriengesetz für die Serie des He^+ -Ions zu $n=4$ und das Seriengesetz des Li^{++} -Ions zu $n=6$ an! Bestimme die Quantenzahl m zu den Linien beider Serien, die mit der ersten Linie H_α der Balmer Serie des Wasserstoffatoms übereinstimmen!

Für das He^+ -Ion ist $z=1$. Für $n=4$ gilt das Seriengesetz $f_{4,m} = 4 \cdot R_y \cdot \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{m^2}\right)$ mit $m=5, 6, \dots$.

Für das Li^{++} -Ion ist $z=2$. Für $n=6$ gilt das Seriengesetz $f_{6,m} = 9 \cdot R_y \cdot \left(\frac{1}{36} - \frac{1}{m^2}\right)$ mit $m=7, 8, \dots$.

Für die Balmer Serie des Wasserstoffatoms gilt: $f_{2,m} = R_y \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2}\right)$ mit $m=3, 4, \dots$.

Die erste Linie ergibt sich mit $m=3$, also: $f_{2,3} = R_y \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) = R_y \cdot \frac{5}{36}$.

Für He^+ gilt: $R_y \cdot \frac{5}{36} = 4 \cdot R_y \cdot \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{m^2}\right)$. Hieraus folgt: $m=6$.

Für Li^{++} gilt: $R_y \cdot \frac{5}{36} = 9 \cdot R_y \cdot \left(\frac{1}{36} - \frac{1}{m^2}\right)$. Hieraus folgt: $m=9$.

- e) Berechne die Energie, die dem He^+ -Ion zugeführt werden muss, um es nochmals zu ionisieren ($He^+ \rightarrow He^{++} + e$)! Vergleiche diesen Wert mit der viel kleineren Ionisierungsenergie $24,4 eV$ des Heliumatoms ($He \rightarrow He^+ + e$)! Begründe deine Feststellung!

Zu berechnen ist die Energie des He^+ -Ion im Grundzustand. Dies ist dann auch die Energie, die aufzubringen ist, um das letzte Elektron zu entfernen. Für die Energie gilt, da

$Q_1 = (z+1) \cdot e$ und $Q_2 = e$: $W_n = -(z+1)^2 \cdot \frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$. Mit $z=1$ und $n=1$ folgt:

$W_1 = -54,4227 eV$. Zur vollständigen Ionisierung sind also $W_i = 54,4227 eV$ aufzubringen. Dieser Betrag ist deutlich größer als die angegebene Energie für die erste Ionisierung. Dies liegt daran, dass das zurückgebliebene Elektron durch die doppelte Coulombkraft an den Kern gebunden ist, wenn das andere Elektron bereits entfernt wurde. Das zuerst entfernte Elektron unterlag einem schwächeren Kernfeld, da das andere Elektron einen Teil der anziehenden Ladung des Kerns abgeschirmt hat.

3. Aufgabe**Bohrscher Radius und Unschärferelation**

Das auf eine unscharfe Kernentfernung r eingeschränkte Elektron des Wasserstoffatoms kann nicht in Ruhe sein, es hat einen unscharfen Impuls p und eine entsprechend unscharfe Bewegungsenergie

$$W_{kin}(r) = \frac{h^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot m_e \cdot r^2} .$$

- a) Leite diese Gleichung begründet aus der Unschärferelation $r \cdot p \approx \frac{h}{2 \cdot \pi}$ her!

Für die kinetische Energie gilt: $W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_e^2}{m_e} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m_e}$, da für den Impuls gilt:

$p = m_e \cdot v$. Aus der Unschärferelation folgt: $p \approx \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot r}$. Eingesetzt ergibt sich:

$$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{m_e \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r^2} = \frac{h^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot m_e \cdot r^2} .$$

- b) Für die potenzielle Energie gilt, wie bereits beim Bohrschen Atommodell hergeleitet wurde:

$$W_{pot}(r) = \frac{-e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r} .$$

Ordne dem Diagramm auf der Materialseite die $r - W_{kin} - \text{Kurve}$, die $r - W_{pot} - \text{Kurve}$ und die $r - W_{ges} - \text{Kurve}$ begründet zu!

Da die kinetische Energie proportional zu $\frac{1}{r^2}$ und positiv ist, muss der Graph (eine Hyperbel) im ersten Quadranten liegen – die rechte Kurve im Diagramm zeigt also die

$r - W_{kin} - \text{Kurve}$. Die potenzielle Energie ist proportional zu $\frac{1}{r}$ und negativ, der Graph (ebenfalls eine Hyperbel) liegt also im vierten Quadranten. Die $r - W_{pot} - \text{Kurve}$ ist also der unterste Graph im Diagramm. Er steigt weniger stark als der Graph der kinetischen Energie fällt. Dies hat eine Auswirkung auf die Addition der beiden Graphen: Zunächst überwiegen die positiven Funktionswerte des Graphen der kinetischen Energie, und die addierten Werte sind positiv. An der Nullstelle des Graphen der Gesamtenergie kompensieren sich die Funktionswerte, danach ist die Summe immer negativ. Geht der Radius r gegen Unendlich, nähern sich die Funktionswerte der beiden Summanden betragsmäßig an, der Summengraph geht gegen null, bleibt aber im vierten Quadranten.

- c) Die Gesamtenergie $W_{ges}(r) = W_{kin}(r) + W_{pot}(r)$ besitzt ein Minimum (einen Tiefpunkt) bei einem bestimmten Radius $r_{Bohr} = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

Bestimme diese Extremstelle mit den Methoden der Analysis! Auf die Überprüfung einer hinreichenden Bedingung soll verzichtet werden!

$$W_{ges}(r) = \frac{h^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot m_e} \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} . \text{ Die erste Ableitung ist zu bilden und gleich null zu set-}$$

zen um die Extremstelle zu erhalten. $W'_{ges}(r) = \frac{-2 \cdot h^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot m_e} \cdot \frac{1}{r^3} + \frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} = 0$. Hieraus

folgt: $r = \frac{h^2 \cdot \epsilon_0}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \approx 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Dies ist der Bohrsche Radius!

- d) Berechne die Gesamtenergie für $r_{Bohr} = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ in eV !

Um die Gesamtenergie bei diesem Radius zu bestimmen, muss sein Wert in die Energieformel eingesetzt werden. Es ergibt sich: $W_{ges}(5,29 \cdot 10^{-11}) \approx -13,61 \text{ eV}$. Dies ist die Energie des H-Atoms im Grundzustand.

- e) Diese einfache Energiebetrachtung, das Bohrsche Atommodell und das Modell des Potenzialtopfes sollen kurz miteinander verglichen werden. Wo siehst du besondere Unterschiede bzw. Vor- oder Nachteile der einzelnen Vorstellungen?

Diese einfache Energiebetrachtung liefert zwar korrekt den Radius und die Energie des H-Atoms im Grundzustand, kann aber keine Aussagen zu den gequantelten Zuständen insgesamt machen. Die Energie scheint kontinuierlich veränderbar zu sein. Die Herleitung basiert aber auf der quantenmechanischen Unschärferelation.

Das Bohrsche Atommodell postuliert die Quantelung des Drehimpulses unter Benutzung des Wirkungsquantums und liefert so auch einen gequantelten Bahnradius, eine gequantelte Bahngeschwindigkeit und diskrete Energien. Die Ergebnisse stimmen mit den Beobachtungen von absorbierten und emittierten Frequenzen überein. Der kleinste Radius und die kleinste Energie sind ebenfalls experimentell nachweisbar. Die Quantelung bleibt aber eine behauptete Voraussetzung.

Der Potenzialtopf setzt die Quantelung nicht voraus, sondern sie ergibt sich von selbst. Dieses Modell basiert auf quantenmechanischen Vorstellungen und benutzt dabei einfache Aussagen der klassischen Physik. Die quantitativen Aussagen decken sich zunächst nicht mit denen des Bohrschen Atommodells, aber das von uns bisher betrachtete Potenzialtopfmodell ist noch stark vereinfacht (1-dimensional) und beschreibt die Realität der 3-dimensionalen Atome noch nicht hinreichend. Hierzu ist ein sehr hoher mathematischen Aufwand erforderlich. Quantenphysikalisch ist es das „aktuelle“ Modell (Orbitale, Schroedinger-Gleichung, Aufenthaltswahrscheinlichkeiten, ...)

Material**zur 2. Aufgabe**

Für das Wasserstoffatom wurde für die Gesamtenergie des Atoms hergeleitet:

$$W_n = -\frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2} .$$

Hierbei ist n die von Bohr eingeführte Hauptquantenzahl; die anderen Größen haben die übliche Bedeutung.

zur 3. Aufgabe

Darstellung der kinetischen, der potenziellen und der Gesamtenergie des Wasserstoffatoms

